

＜効率的ポートフォリオの決定＞ [A]（上級テキスト② P42参照）

マーコウィッツさんとトービンさんのおかげで、接点ポートフォリオが最高の投資方法だということは分かったけど、具体的に何を買えば良いの？



シャープ

「市場が均衡状態である」という仮定をおけば明らかにできるよ

アメリカの経済学者であるウィリアム・シャープは、マーコウィッツの現代ポートフォリオ理論(MPT)をさらに精緻化・簡略化した、**資本資産評価モデル(CAPM: Capital Asset Pricing Model)**を提唱した(シャープは、これを含めた様々な業績により1990年にノーベル経済学賞を受賞している)。

CAPMではMPTを精緻化するために、**分離定理が成立する(=すべての投資家は接点ポートフォリオに投資する)ことに加えて**、以下の仮定がおかれている。

- ・ 資本市場は完全であり、取引コスト、情報コストはゼロ
- ・ 情報は完全であり、すべての投資家が瞬時かつ同時に情報を取得
- ・ 全ての投資家は期待収益率、標準偏差等の予測が同一(同質的期待の仮定)
- ・ 投資家はリスクフリーレートで無制限に貸付・借入が可能
- ・ **市場は均衡状態であり、全ての資産の需要と供給は一致**(買われていない資産はない)(※)
- ・ 資産は無限に分割可能(1円所有でもポートフォリオの構築可能)

(※) 仮に市場にX株・Y株・Z株の3つの資産しか存在せず、投資家もA・B・Cの3人しか存在しないとき

【市場全体】				【投資家A】				【投資家B】				【投資家C】		
1,000				300				500				200		
X株	Y株	Z株	≡	X株	Y株	Z株	+	X株	Y株	Z株	+	X株	Y株	Z株
200	300	500		60	90	150		100	150	250		40	60	100
②	③	⑤		②	③	⑤		②	③	⑤		②	③	⑤

市場全体に投資した
ときのポートフォリオ

全ての投資家は接点ポートフォリオ(最適な危険資産ポートフォリオ)に
投資しているため、各資産への投資比率は投資家間で等しくなる

Point

- 全資産の需要と供給が一致する市場の均衡状態のもとでは、**全投資家が等しく保有している接点ポートフォリオは、市場全体の均等縮小版(市場ポートフォリオ)となる。**

＜危険資産の捉え方ー市場ポートフォリオ＞ [A]（上級テキスト② P43参照）

前章では、限定された少数の危険資産と安全資産という枠組みで最適ポートフォリオを構築したが、市場均衡モデルでは、世の中に存在するすべての危険資産と安全資産の組み合わせで効率的ポートフォリオを構築する。

「少数の危険資産」と「すべての危険資産」という相違はあるが、基本的には、危険資産と安全資産との組み合わせでポートフォリオを構築するので分離定理が成立し、全ての投資家にとって共通の危険資産の組み合わせが存在する。この組み合わせは**市場ポートフォリオ(M)**と呼ばれ、市場で取引される全ての危険資産それぞれについて、市場全体の時価総額に対する比率で組み入れたポートフォリオを示している。

市場ポートフォリオ

市場に存在するすべての危険資産を、市場全体の時価総額に対する各危険資産の時価の割合で組み入れたポートフォリオ

「市場ポートフォリオに投資する」ということは、理論的には株式だけではなく、市場に存在するすべての危険資産に投資していることを意味しているが、実際に市場ポートフォリオに投資することはきわめて困難である。そのため市場ポートフォリオの代理変数として、S&P500やTOPIX、日経225などが用いられる。

（参考）実際に市場ポートフォリオに投資するには

理論的な意味での市場ポートフォリオに投資するのは困難なので、その代理変数であるS&P500やTOPIX、日経225などに投資することで、市場ポートフォリオに投資した場合に近い投資効果が得られると考えられている。以下は、市場ポートフォリオの主な代理変数である。

S&P500	米国で時価総額の大きい主要500社で構成する時価総額加重平均型の株価指数。S&Pダウ・ジョーンズ・インデックスが算出・公表している。
TOPIX (東証株価指数)	昭和43年(1968年)1月4日の時価総額を100として、その後の時価総額を指数化したもの。東京証券取引所に上場する銘柄を対象としている。
日経225 (日経平均株価)	日本経済新聞社が東証上場銘柄から選んだ225社の平均株価のこと。

実際にS&P500やTOPIX、日経225などに投資したい場合、それら各指数に連動することを目標に作られたファンド(投資信託やETF(上場投資信託))などを購入すればよい。このように特定の指標と同じ値動きになるように設計されたファンド(投資信託やETF(上場投資信託)など)を、**インデックスファンド**という。

(例 楽天証券の商品名より抜粋) ←覚える必要なし

- S&P500に連動するインデックスファンド : eMAXIS Slim 米国株式(S&P500) など
- TOPIXに連動するインデックスファンド : インデックスファンドTOPIX(日本株式) など
- 日経225に連動するインデックスファンド : ニッセイ日経225インデックスファンド など

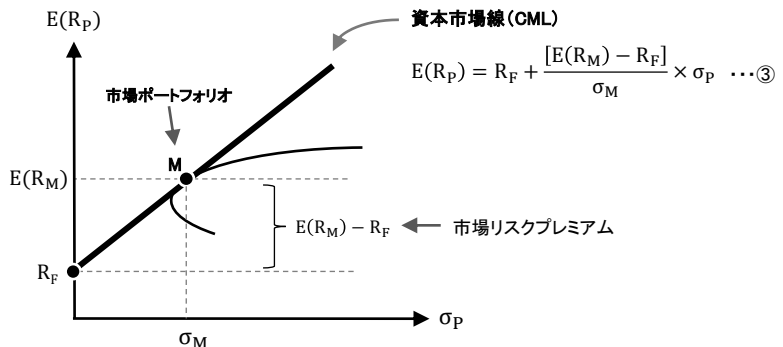
<資本市場線(CML)> [A] (上級テキスト② P43～44参照)

安全資産と市場ポートフォリオ(=接点ポートフォリオ)への投資比率の決定についても、前章の最適ポートフォリオの決定と同様、効率的フロンティア上でなされる。ただしこの場合、効率的フロンティアを表す直線のことを、**資本市場線(CML: Capital Market Line)**と呼んでいる。

いま、市場ポートフォリオMに a ($0 < a < 1$) だけ投資し、残り $(1-a)$ を安全資産に投資するポートフォリオを考える。

投資対象	リターン(期待収益率)	リスク(標準偏差)
市場ポートフォリオ(M)	$E(R_M)$	σ_M
安全資産	R_F	$\sigma_{RF}=0$
両者のポートフォリオ	$E(R_P)$	σ_P

このとき横軸をリスク、縦軸をリターンとする平面上において資本市場線(CML)は下図のように示される。

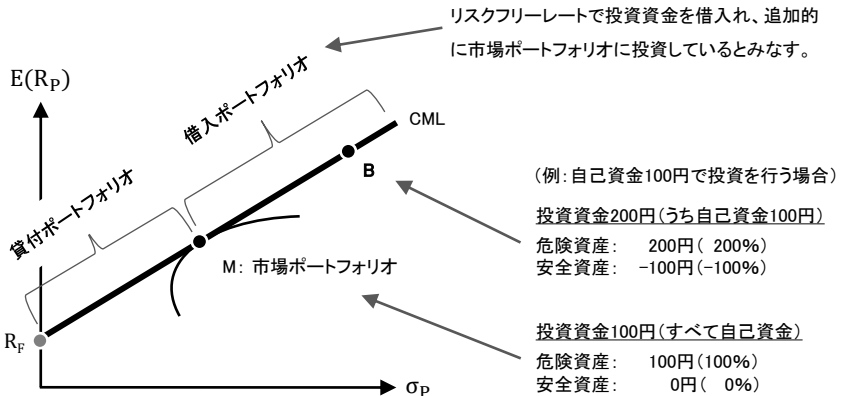


Point

- 現代ポートフォリオ理論(MPT)では、上図の点Mを接点ポートフォリオと呼んでいたが、市場均衡状態の仮定を加えた資本資産評価モデル(CAPM)では、**市場ポートフォリオ**と呼ぶ。
- 現代ポートフォリオ理論(MPT)では、上図の直線 R_F Mを効率的フロンティアと呼んでいたが、市場均衡状態の仮定を加えた資本資産評価モデル(CAPM)では、**資本市場線(CML)**と呼ぶ。
- 資本市場線上にあるポートフォリオ(市場ポートフォリオも含む)のことを、**効率的ポートフォリオ**と呼ぶ。
- 資本市場線(CML)を表す一次式は、上級テキスト②補論(P26)と同様の式となっている。

＜貸付ポートフォリオと借入ポートフォリオ＞ [A]（上級テキスト② P45参照）

資本市場線上におけるポートフォリオは、市場ポートフォリオと安全資産との組み合わせであるが、市場ポートフォリオを境にして、安全資産に対する取り扱いが異なり、**貸付ポートフォリオ**と**借入ポートフォリオ**に分類される。



Point

- 借入ポートフォリオの場合、投資比率の計算に注意すること。投資比率の計算はあくまでも、**自己資金に対してどの程度の割合か**を示している。そのため、上図の点Bにおける市場ポートフォリオへの投資比率は200%（ $=200円 \div 100円$ ）となり、安全資産への投資比率は-100%（ $= -100円 \div 100円$ ）となる。

<数値例1> 資本市場線(CML) (上級テキスト② P46参照)

- (1) いまリスクフリーレート(R_F)が2%, 市場ポートフォリオの期待収益率が6%であるとき, 安全資産に50%, 市場ポートフォリオに50%投資したときの貸付ポートフォリオHの期待収益率 $E(R_H)$ を求めなさい。
- (2) いま自己資金として100所有しているが, さらにリスクフリーレートで100借入れ, 市場ポートフォリオに合わせて200投資したとき, 借入ポートフォリオYの期待収益率 $E(R_Y)$ を求めなさい。

まず, ポートフォリオの期待収益率 $E(R_P)$ は, 安全資産と市場ポートフォリオそれぞれの収益率の加重平均になるので, 次のように表せる。

$$E(R_P) = w_{RF} \times R_F + w_M \times E(R_M)$$

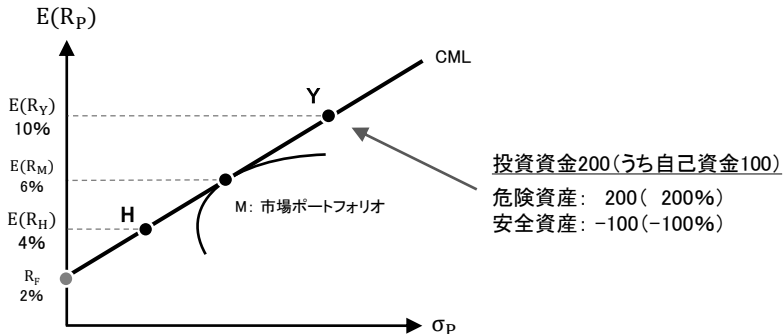
※ w_{RF} および w_M は, それぞれ安全資産と市場ポートフォリオに対する投資比率($w_{RF} + w_M = 1$)を示している。

$$\begin{aligned} (1) \quad E(R_H) &= 0.5 \times 2\% + 0.5 \times 6\% \\ &= 4\% \end{aligned}$$

(答) $E(R_H) = 4\%$

$$\begin{aligned} (2) \quad E(R_Y) &= (-1) \times 2\% + 2 \times 6\% \\ &= 10\% \end{aligned}$$

(答) $E(R_Y) = 10\%$



＜資本資産評価モデルの誕生＞ [B]（上級テキスト② P47参照）

前節の資本市場線(CML)では、安全資産と市場ポートフォリオを組み合わせた(効率的)ポートフォリオについて、リスクとリターンの関係を明らかにしている。そしてこの関係を利用して、個別の危険資産のリスクとリターンの関係を明らかにしているモデルが、**資本資産評価モデル (CAPM: Capital Asset Pricing Model)**である (CMLとCAPMとの関係については上級テキスト②P54の補論1を参照のこと)。

第6章の「ポートフォリオのリターンとリスク」、および「最適ポートフォリオの選択」では、ポートフォリオのリスク算定にあたり、個別危険資産同士の共分散の計算が必要となる。従って、この計算方法だと、無数の危険資産が存在する場合、ポートフォリオの組合せも無数になり、共分散の計算が恐ろしく膨大な量になってしまうのである。

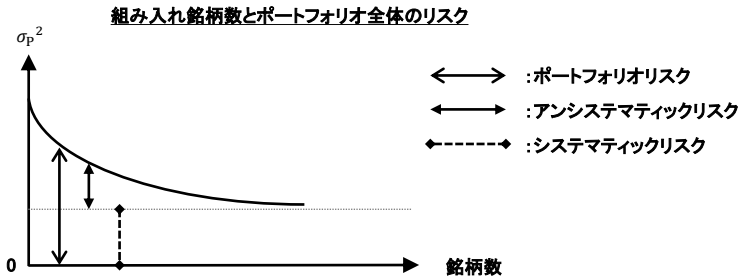
例えば、A証券、B証券、C証券の3資産を組み入れたポートフォリオの場合、A証券とB証券の共分散、A証券とC証券の共分散、B証券とC証券の共分散をそれぞれ算定しなければならない(上級テキスト②P24参照)。

そこで、簡便的に計算するために個別危険資産同士の共分散ではなく、市場全体という基準値と個別危険資産との共分散でリスクを捉えるという考え方が生まれたのである。これなら、計算も簡便になり、実用可能性も飛躍的に高まる。

こうした考え方に基づいたCAPMは、ベータ(β)という新たなリスク尺度から、個別危険資産のリターンを求めるモデルになっている。本節では、このCAPMについて、その基本的な論点を考察する。

＜システムティックリスクとアンシステムティックリスク＞ [A]（上級テキスト② P48参照）

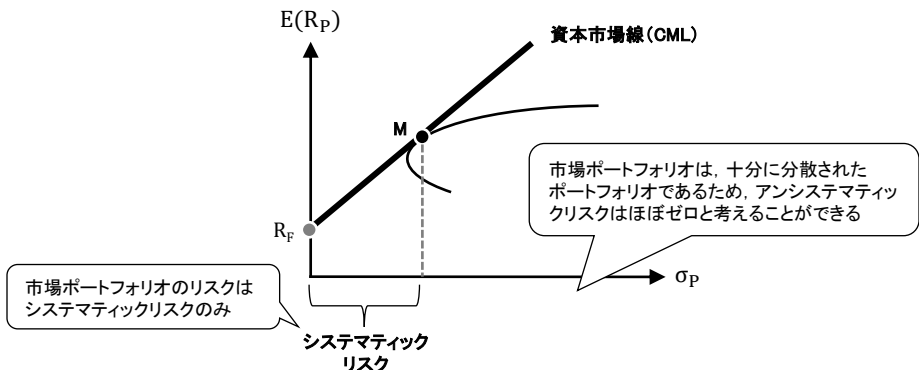
前章補論（上級テキスト②P24参照）で述べたように、ポートフォリオに組み入れる証券数を増加させると、リスク分散効果によってポートフォリオリスクは低減する。ただし現実的には、リスクの低減度合いは10銘柄程度までは顕著だが、それ以上になると証券数を増やしても低減はわずかとなり、特に30銘柄を越えると全体のリスク水準がほとんど変化しなくなる（上級テキスト②P25参照）。



上の図表は、ポートフォリオリスクが、組み入れ銘柄数を増加させることで低減する部分であるアンシステムティックリスク（非組織的リスク、個別リスク）と、銘柄数を増加させても低減できない部分であるシステムティックリスク（組織的リスク、市場リスク）の2つから構成されていることを示している。

ポートフォリオ リスク (σ_p)	システムティックリスク (分散投資で軽減不可能)	景気変動、金利や税制の変化等、経済全体・市場全体に影響する要因により生じるリスク(すべての証券に存在するリスク)
	アンシステムティックリスク (分散投資で軽減可能)	新製品開発の成否、経営者の突然の交代、工場設備の被災など、個別企業の固有事情によって発生するリスク

なお、システムティックリスクとアンシステムティックリスクは資本市場線（CML）のグラフでは以下の通り表すことができる。



＜資本資産評価モデル(CAPM)とベータ(β)＞ [A] (上級テキスト② P49参照)

資本資産評価モデル (CAPM) では、ベータ (β) をリスクとして捉えて個別危険資産(i) のリターンを算定している。ベータとは、市場ポートフォリオの収益率の変動性に対する個別危険資産(i) の収益率の変動性の程度のことである。例えば、市場ポートフォリオの収益率が1%上昇した場合、個別危険資産(i) の収益率がどの程度変化するかということであり、ベータの大きさがリスクの大きさを示していると捉えることができる。

市場ポートフォリオは、十分に分散されたポートフォリオであるため、アンシステマティックリスクはほぼゼロと考えることができるので、市場ポートフォリオのリスクはシステムティックリスクのみと捉えることができる。ところが、数式③(資本市場線のモデル式、上級テキスト②P44参照)においてポートフォリオリスク(σ_P)を示す標準偏差は、これら2つのリスクを含んでしまっている。そこで個別危険資産(i) のリスクを、システムティックリスクのみを測る尺度であるベータに置き換えると、個別危険資産(i) のリターンを、数式④として示すことができる(詳細は上級テキスト②P54 補論1参照のこと)。

数式③: CML (市場Pのリターン)

$$\begin{aligned} E(R_P) &= R_F + \frac{[E(R_M) - R_F]}{\sigma_M} \times \sigma_P \\ &= R_F + \underbrace{[E(R_M) - R_F]}_{\text{市場リスクプレミアム}} \times \frac{\sigma_P}{\sigma_M} \end{aligned}$$

個別証券のリターンを
求める式に変換

数式④: CAPM (個別証券iのリターン)

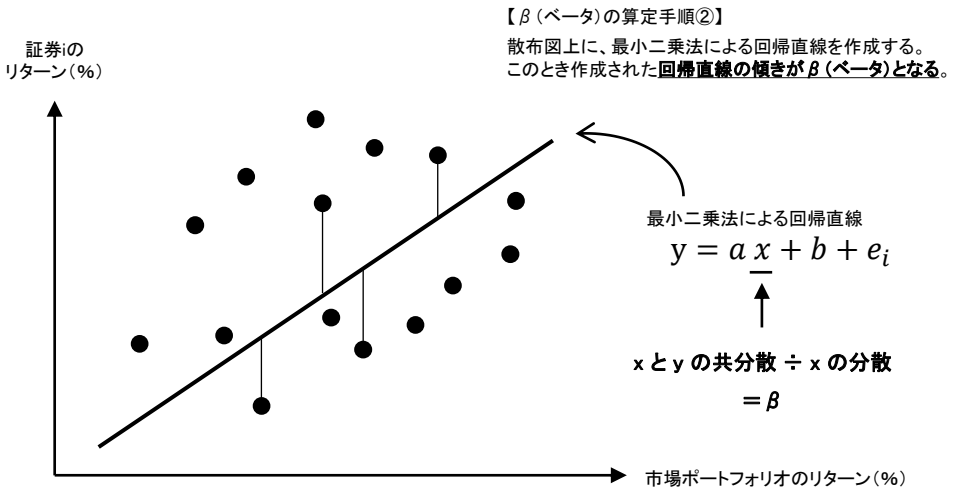
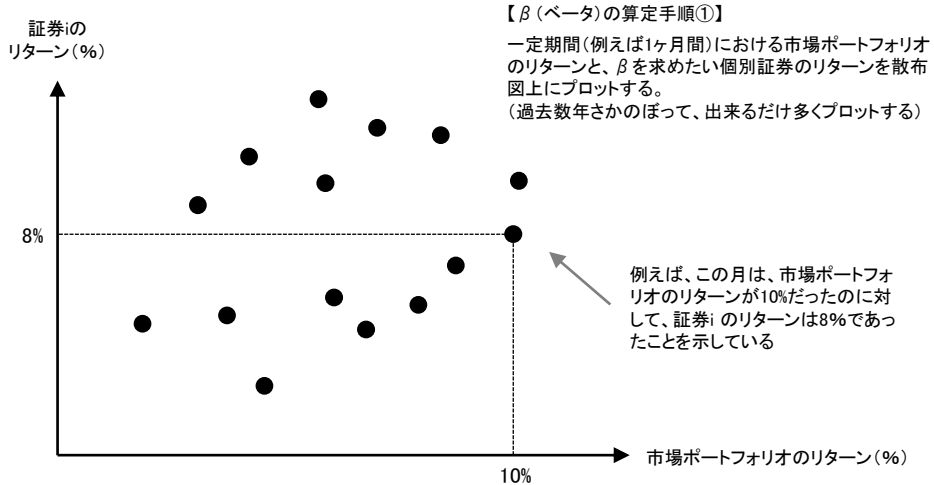
$$\begin{aligned} E(R_i) &= R_F + \{E(R_M) - R_F\} \times \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} \\ &= R_F + \underbrace{\{E(R_M) - R_F\}}_{\text{市場リスクプレミアム}} \times \beta_i \end{aligned}$$

「任意の個別証券 i」と「市場ポートフォリオ」からなるポートフォリオを想定することで導出される。詳細は上級テキスト②P54参照。
(ただし大学数学レベルなので見なくてよい。公式として覚える。)

CAPMのベータは市場ポートフォリオのリスクに対して、個別証券のリスクはどの程度かを測る指標である。ここで、市場ポートフォリオのリスクはシステムティックリスクのみを示していることから、ベータはシステムティックリスクのみを測る尺度であるといえる。

【参考】 β (ベータ)のイメージ (注)以下はCAPMではなくマーケットモデル(上級テキスト②P87参照)を前提とした説明

β (ベータ)とは、市場ポートフォリオの期待収益率の変動性に対する、ある個別資産の期待収益率の変動性の程度(傾き)を測定したものである。



【参考】 β の事例(2019年3月8日時点のロイターより)

社名	β 値	
東急電鉄	0.65	←鉄道事業と不動産事業を中心に安定した事業を行っているため β 値は低い
キッコーマン	0.89	←安定している食品業界の中でもブランド力の強い製品を持つため β 値は低い
ミクシィ	1.44	←ゲーム事業を行っており、株価の値動きが激しいため β 値は高い

＜資本資産評価モデル(CAPM)とベータ(β)＞ [A] (上級テキスト② P49参照)

シャープはマーコウィッツの理論を継承したうえで、個別危険資産の期待リターンを計算するための、圧倒的にシンプルなモデル式を編み出した。そのモデル式こそが資本資産評価モデル(CAPM)である。

CAPMでは、ベータ(β)をリスクとして捉えて個別危険資産のリターンを算定している。ベータとは、市場ポートフォリオの収益率の変動性に対する個別危険資産の収益率の変動性の程度のことである。

＜CAPMのモデル式＞ [A] (上級テキスト② P49参照)

個別危険資産(i)のリスクとリターンの関係式を示すモデル式は以下の通りである。(覚える！)

$$E(R_i) = R_F + \beta_i \{ E(R_M) - R_F \} \cdots \textcircled{6}$$

またベータ(β)は以下の式で求めることができる。(覚える！)

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM} \text{ (個別証券 } i \text{ と市場ポートフォリオの共分散)}}{\sigma_{M^2} \text{ (市場ポートフォリオの分散)}} \cdots \textcircled{5}$$

Point

- 数式⑥における $[E(R_M) - R_F]$ は市場ポートフォリオのリターンとリスクフリーレートとの差であり、これを市場(マーケット)リスクプレミアムという。
- 市場リスクプレミアムに β を乗じた $[\beta_i \{ E(R_M) - R_F \}]$ が、個別危険資産(i)のリスクプレミアムとなる。すなわち数式⑥は、個別危険資産(i)のリターンが、リスクフリーレートとリスクプレミアムの合計であることを示している。

＜個別証券のベータ値とポートフォリオのベータ値＞ [A] (上級テキスト② P50参照)

ここで注意して欲しいのは、個別証券にベータ値があるように、ポートフォリオにもベータ値があるということである。では、複数の証券から構成されるポートフォリオのベータ値は、どのように算定されるのであろうか？ 正解は「各銘柄のベータ値の加重平均がポートフォリオのベータ値となる」である。例えば、銘柄A(ベータ値0.8)に300万円、銘柄B(ベータ値1.2)に200万円投資したポートフォリオのベータ値(β_P)は、

$$\beta_P = \frac{300 \text{ 万円}}{300 \text{ 万円} + 200 \text{ 万円}} \times 0.8 + \frac{200 \text{ 万円}}{300 \text{ 万円} + 200 \text{ 万円}} \times 1.2 = 0.96$$

と計算できる。つまりポートフォリオのベータ値は、各銘柄への投資比率をウェイトとした加重平均として算定できるということである。

＜数値例2＞ 資本資産評価モデル(CAPM) とベータ(β) (上級テキスト② P51参照)

以下の数値例を参考にして、証券Aのベータおよびリターン(期待収益率)を求めなさい。ただし証券Aと市場ポートフォリオの相関係数は0.4である。

	リターン(期待収益率)	リスク(標準偏差)
証券 A	?	18%
市場ポートフォリオ	10%	15%
リスクフリーレート	2%	0%

まず、証券Aのベータ(β_A)を求める。数式⑤より、

$$\begin{aligned}\beta_A &= \frac{\sigma_{AM}}{\sigma_M^2} = \frac{\rho_{AM} \times \sigma_A \times \sigma_M}{\sigma_M^2} = \frac{\rho_{AM} \times \sigma_A}{\sigma_M} \\ &= \frac{0.4 \times 18}{15} = 0.48\end{aligned}$$

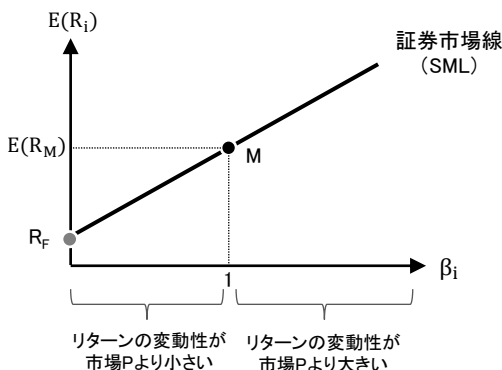
となる。そして証券Aのリターン[$E(R_A)$]は、数式⑥より次のようになる。

$$\begin{aligned}E(R_A) &= R_F + \beta_A \times \{E(R_M) - R_F\} \\ &= 2\% + 0.48 \times (10\% - 2\%) \\ &= 5.48\%\end{aligned}$$

(答) **5.84%**

＜証券市場線(SML: Security Market Line)＞ [A] (上級テキスト② P52参照)

CAPMの数式⑥は、証券市場線(SML)と呼ばれ、下図のように図示される。



$$E(R_i) = R_F + \beta_i \{E(R_M) - R_F\}$$

Point

- 資本市場線(CML)の図と似ているが、縦軸・横軸とも異なるので、別ものとして理解する。

Point

- リスクとリターンの関係が適正である個別危険資産は証券市場線上に存在し、仮に適正な関係が成立しておらず、この証券市場線上にない場合でも、裁定取引が行われて最終的にはこの線上に収束すると考えられている。

＜レバードベータとアンレバードベータ＞【補論A】（上級テキスト② P55～56参照）

ベータは、株式のリスク指標としてだけでなく、プロジェクトや資産のリスクを示す概念としても用いられることがある。それゆえ混乱を避けるために、「株式ベータ」「負債ベータ」「(事業)資産ベータ」などと区別して呼んだりもする。

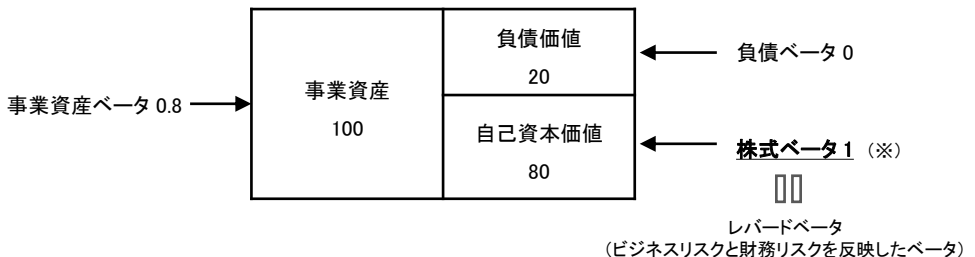
＜例1＞

自己資本比率100%のX社の株式ベータが0.8で、当該企業の資産が全て事業資産とすると、X社の事業資産のベータは0.8である（税金はないものとしている）。



＜例2＞

X社の資本構成が変化し、デットエクイティレシオが25%になった場合、事業内容が変わらなければ、負債利用により株式のリスクは大きくなり、株式ベータも大きくなる。（ただし負債ベータはゼロとする）



(※)事業資産のベータは、企業を株式と負債のポートフォリオと捉え、株式ベータと負債ベータの加重平均として求める。

$$\text{株式ベータを } \beta_S \text{ とすると、} \quad \frac{80}{80+20} \times \beta_S + \frac{20}{80+20} \times 0 = 0.8 \quad \therefore \beta_S = 1$$

Point

- ＜例1＞のような自己資本比率100%のときの株式ベータは、負債利用ないしレバレッジの影響を排除している。このようなベータをアンレバードベータという。
- ＜例2＞のように負債利用ないしレバレッジの影響を受けたベータをレバードベータという。
- アンレバードベータは、事業それ自体のリスク(ビジネスリスク)のみを示している。
- レバードベータは、ビジネスリスクとファイナンシャルリスクを示している。

＜レバードベータとアンレバードベータの関係式＞【補論A】（上級テキスト② P56～57参照）

レバードベータとアンレバードベータとの間には、一定の関係式が成立する。

今、負債価値をD、自己資本価値をE、負債を利用していないU社のベータ値（アンレバードベータ）を β_U 、負債を利用しているL社のベータ値（レバードベータ）を β_L とすると、以下の関係式を導出できる。

完全市場で法人税がないとき

$$\beta_L = \left\{ 1 + \frac{D}{E} \right\} \times \beta_U$$

完全市場で法人税（税率：t）があるとき

$$\beta_L = \left\{ 1 + \frac{D}{E} (1 - t) \right\} \times \beta_U$$

＜数値例3＞ アンレバードベータとレバードベータ（上級テキスト② P58参照）

現在、Y社の買収を検討しており、同社の株式ベータおよび株式価値を求めようとしている。ただしY社は非上場企業であり、市場における株式ベータや株価が存在しない。そこでY社と同規模、同リスクで同様の事業を展開しているX社（上場企業）のベータを参考に、Y社の株式ベータを求めることとした。なおY社のデットエクイティレシオは80%で、X社のレバードベータは0.91、デットエクイティレシオは50%である。このとき、以下の問に答えなさい。ただし、完全資本市場で法人税（税率40%）が存在しているものとする。

- (1) X社のアンレバードベータを求めなさい。
- (2) Y社のレバードベータを求めなさい。

X社（上場企業）

事業資産	負債価値 (D)
	株式価値 (E)

レバードベータ
 $\beta_L^X = 0.91$

Y社（非上場企業）

事業資産	負債価値 (D)
	株式価値 (E)

レバードベータ
 $\beta_L^Y = ?$

- (1) X社のアンレバードベータを β_U^X として、以下のように求められる。

$$0.91 = \{1 + 0.5 \times (1 - 0.4)\} \times \beta_U^X \quad \therefore \beta_U^X = 0.7$$

- (2) X社とY社のビジネスリスクの水準は同じであるから、アンレバードベータは等しくなる。よって、Y社のレバードベータ β_L^Y は以下の通りになる。

$$\beta_L^Y = \{1 + 0.8 \times (1 - 0.4)\} \times 0.7 = 1.036 \quad \therefore \beta_L^Y = 1.036$$

Point

企業買収などの際、企業価値計算のベースとなる株主資本コストを求めるために β が必要となる。上場企業であれば過去の株価変動から β を計算できるが、非上場企業の場合は株価が存在しないため、同業・同規模の上場企業のレバードベータをもとに、 β を求めることになる。