

講義録レポート

講義録コード

11-12-B-101-04

講 座	証券アナリスト	科目①	証券分析とポートフォリオ・マネジメント
目標年	2012年合格目標	科目②	
コース	2次対策・基本講義	回 数	4 回
用 途	☒ 個別DVD ☒ テープレクチャー ☐ 集合ビデオ ☒ WEB ☐ 衛星 ☒ カセット通信 ☒ DVD通信 ☐ 資料通信		

収録日	2011 年 9 月 29 日		
講師名	山岡 先生	講義録 枚数	12 枚 ※レポート 含まず
		補助リジュ 枚数	9 枚 (サイズ)

講義構成	講義 (74) 分 → 休憩 (10) 分 → 講義 (77) 分
使用教材	① 基本テキスト P. 75 ~ P. 92
	② 問題集 P. ~ P.
	③ 例題集 P. ~ P.
	④
配布物	有 <u> </u> . <u> </u> 無 <u> </u>
	①
	②
正誤表	有 <u> </u> . <u> </u> 無 <u> </u> 枚
備考	

証券アナリスト講義録

科目

証券分析

コース

2次対策
基本講座

回数

4

配布物

★ミニテスト：あり []
★実力テスト：あり []
◇配布物なし

なし
なし

★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説
★その他のレジュメ []

講師

山岡

先生

テキスト
ページ

黒 板 内 容

債券ポートフォリオ戦略Ⅱ

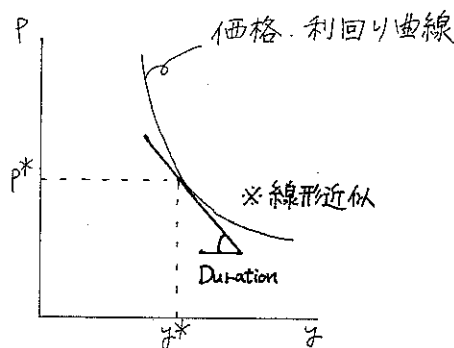
デュレーション

意義1) 投資の平均(実質)回収期間

2) 債券価格の金利感応度…金利(イールドカーブ)の変化

※前提・イールドカーブはフラット(水平)

・イールドカーブの変化 = パラレルシフト(平行移動)



$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{F}{(1+y)^n}$$

$$1+y = Y$$

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C}{Y^t} + \frac{F}{Y^n}$$

(金利水準) $\left(\ast \frac{1}{Y^t} = Y^{-t} \right)$

cf テキストP.78 ※微分法…テキストP.395~398

証券アナリスト講義録

科目

証券分析

コース

2次対策
基本講座

回数

4

配布物

★ミニテスト：あり []
★実力テスト：あり []
◇配布物なし

なし
なし

★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説
★その他のレジュメ []

講師

山岡

先生

テキスト
ページ

黒板内容

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{F}{(1+y)^n} = \sum_{t=1}^n \frac{C}{Y^t} + \frac{F}{Y^n} = \sum_{t=1}^n C Y^{-t} + F Y^{-n}$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta y} = \frac{\Delta P}{\Delta Y} \cdot \frac{\Delta Y}{\Delta y} = \left(\sum_{t=1}^n -t C Y^{-t-1} - n F Y^{-n-1} \right) \times 1 \quad \left(\frac{\Delta Y}{\Delta y} = 1 \right)$$

$$= - \left(\sum_{t=1}^n t C Y^{-t} + n F Y^{-n} \right) \times Y^{-1}$$

$$= - \left(\sum_{t=1}^n \frac{t C}{Y^t} + \frac{n F}{Y^n} \right) \times \frac{1}{Y}$$

$$= - \left(\sum_{t=1}^n \frac{t C}{(1+y)^t} + \frac{n F}{(1+y)^n} \right) \times \frac{1}{1+y}$$

両辺に Δy を掛け、両辺を P で割る

$$\frac{\Delta P}{\Delta y} \times \frac{\Delta y}{P} + \frac{1}{P} = - \left(\frac{\sum_{t=1}^n \frac{t C}{(1+y)^t} + \frac{n F}{(1+y)^n}}{P} \right) \times \frac{\Delta y}{1+y}$$

D_{Mac} マコーレイ
デュレーション

$$\frac{\Delta P}{P} = - \left[D_{Mac} \times \frac{\Delta y}{1+y} \right] \quad D_{Mod} = D_{Mac} \times \frac{1}{1+y}$$

$$\frac{\Delta P}{P} \approx - D_{Mac} \times \frac{\Delta y}{1+y}$$

$$\approx - D_{Mod} \times \Delta y$$

証券アナリスト講義録	科目	証券分析	コース	2次対策 基本講座	回数	4
------------	----	------	-----	--------------	----	---

配布物	★ミニテスト：あり [] なし ★実力テスト：あり [] なし ◇配布物なし	★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説 ★その他のレジュメ []	講師	山岡 先生
-----	--	--------------------------------------	----	-------

テキスト ページ	黒 板 内 容
	利回り変化に伴う債券価格変化率のデュレーションによる近似 (線形近似) $\frac{\Delta P}{P} \approx -D_{Mac} \times \frac{\Delta y}{1+y}$ 債券価格変化率 $\nearrow$ $=$ $\underbrace{-D_{mod}}_{\text{修正デュレーション}} \times \underbrace{\Delta y}_{\text{金利(利回り)変化}}$ 送方向 ・ 残存期間の長い債券(長期債)ほど デュレーションは大きい $\rightarrow$ 債券価格の金利感応度(大) ・ デュレーションの利用 (cf レジュメ P2) ① 金利水準 $y \uparrow \Leftrightarrow$ 債券価格 $P \downarrow$ $\cdots$ デュレーションの小さい債券(ポートフォリオ)へ ※ 短期債 金利水準 $y \downarrow \Leftrightarrow$ 債券価格 $P \uparrow$ $\cdots$ デュレーションの大きい債券(ポートフォリオ)へ ※ 長期債

証券アナリスト講義録

科目

証券分析

コース

2次対策
基本講座

回数

4

配布物

★ミニテスト：あり []
★実力テスト：あり []
◇配布物なしなし
なし★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説
★その他のレジュメ []

講師

山岡

先生

テキスト
ページ

黒 板 内 容

② イミューゼーション

ポートフォリオの マコーレイデュレーション = 運用期間→ ポートフォリオを金利変化からイミュナイズ（免疫化）
させる。cf レジュメ P.2

cf 次回 債券ポートフォリオの運用

パッシブ … デュレーション マッチ
(イミューゼーション)

マコーレイデュレーション

$$\text{利付債: } D_{\text{Mac}} = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{tC}{(1+y)^t} + \frac{nF}{(1+y)^n}}{P}$$

↑
残存年数以下

$$\text{割引債: } D_{\text{Mac}} = \frac{\frac{nF}{(1+y)^n}}{P}$$

= n (残存年数)

修正デュレーション

$$D_{\text{mod}} = D_{\text{Mac}} \times \frac{1}{1+y}$$

金額デュレーション

$$D_{\$} = D_{\text{mod}} \times P \quad * \quad \frac{\Delta P}{P} \approx -D_{\text{mod}} \times \Delta y \rightarrow \Delta P \approx -D_{\$} \times \Delta y$$

債券価格
変価額
↓

証券アナリスト講義録

科目

証券分析

コース

2次対策
基本講座

回数

4

配布物

★ミニテスト：あり []
★実力テスト：あり []
◇配布物なしなし
なし★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説
★その他のレジュメ []

講師

山岡 先生

テキスト
ページ

黒 板 内 容

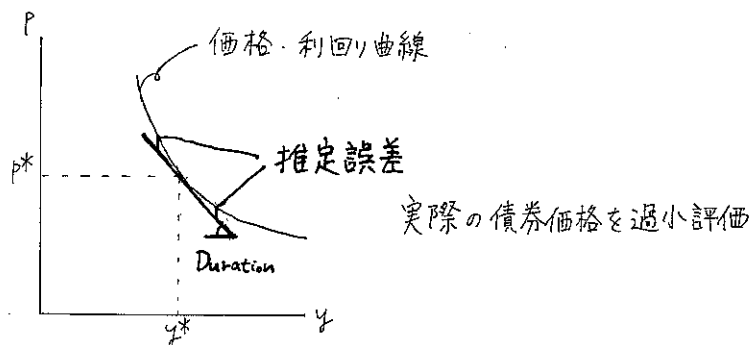
※ レジュメ P.3 (補足1) スポットレート基準の修正デュレーション

→ 例題集 P.23 (2.3) H10 年 | 時限 年 | 問 (選択①)

問3. 「確定支出の修正デュレーションは 1.97年」7. コンベクシティ (BC: Bond Convexity) 協会の通信テスト
「C」で表記

デュレーション (接線) からの 価格利回り曲線 の かい 離

→ 線形近似による誤差の補正 (曲率)



証券アナリスト講義録

科目

証券分析

コース

2次対策
基本講座

回数

4

配布物

★ミニテスト：あり []
★実力テスト：あり []
◇配布物なし

なし

★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説
★その他のレジュメ []

講師

山岡

先生

テキスト
ページ

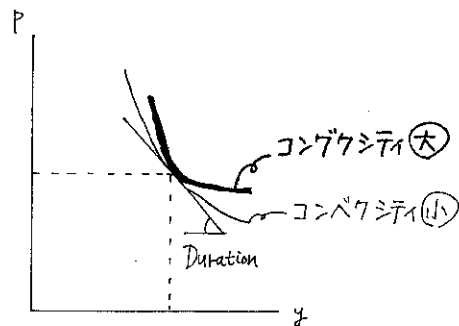
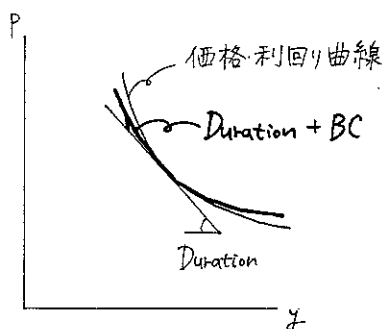
黒板内容

コンバクシティ (2次の項) を加えた誤差の補正 (レジュメ P.7)

$$\frac{\Delta P}{P} \approx \underbrace{-D_{\text{mod}} \times \Delta y}_{\substack{\text{デュレーションによる} \\ \text{近似}}} + \underbrace{\frac{1}{2} \times BC \times (\Delta y)^2}_{\text{推定誤差の補正}}$$

債券価格の変化率 = 債券価格の変化は金利変化と逆方向

デュレーションが同程度の債券 (債券ポートフォリオ) であれば
金利水準が上昇する場合も下落する場合もコンバクシティの
大きい方が有利



証券アナリスト講義録	科目 証券分析	コース 2次対策 基本講座	回数 4
------------	------------	---------------------	---------

配布物	★ミニテスト：あり [] なし ★実力テスト：あり [] なし ◇配布物なし	★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説 ★その他のレジュメ []	講師 山岡 先生
-----	--	--------------------------------------	-------------

テキスト ページ	黒 板 内 容
	※ ポートフォリオのデュレーション・コンバクシティ → 組入れ銘柄の投資比率で加重平均して下さい cf. 次回 債券ポートフォリオの運用 アクティブ・バーベル・ブレット戦略 8 変動利付債 (FRN) cf. 例題集 p28 (2.5) H17. 第2時限 第8問 問3~問6 ・ 毎期のクーポンレートが <u>市場金利</u> に連動するタイプ ↑ スポットレート ・ 満期まで3年のFRNについて考える 利払い日ごとに 次期の <u>クーポンレート</u> が改定される <u>その時の1年物スポットレート</u>

証券アナリスト講義録

科目

証券分析

コース

2次対策
基本講座

回数

4

配布物

★ミニテスト：あり []
★実力テスト：あり []
◇配布物なし

なし
なし

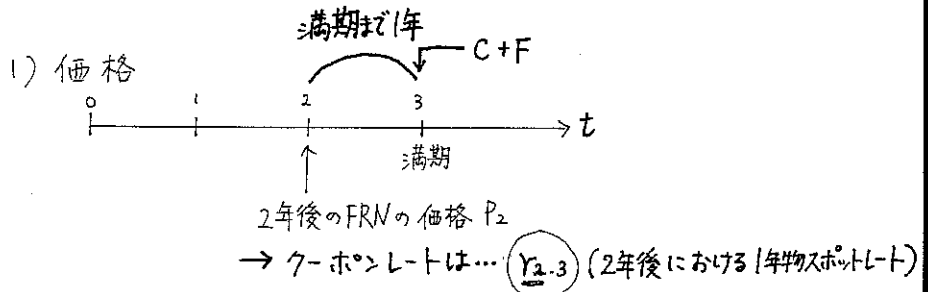
★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説
★その他のレジュメ []

講師

山田 先生

テキスト
ページ

黒 板 内 容



$$P_2 = \frac{C+F}{1+r_{2,3}} = \frac{r_{2,3} \times F + F}{1+r_{2,3}} = \frac{F \times (1+r_{2,3})}{1+r_{2,3}} = F \left(\frac{\text{額面}}{100 \text{円}} \right)$$

利払い日(金利リセット日)ごとにFRNの価格は額面下(=100円)に等しくなる

2) リターン... 投資収益率(t期~t+1期にかけて1年間)

$$r = \frac{(C + P_{t+1}) - P_t}{P_t} = \frac{(r_{t,t+1} \times F + F) - F}{F} = r_{t,t+1}$$

$t+1$ 期のクーポン
 $t+1$ 期のFRNの価格(売却価格)
 t 期におけるFRNの価格
 (購入価格=投資額)
 t 期~ $t+1$ 期の1年物スポットレート

変動利付債 = 1年物割引債のロールオーバー

証券アナリスト講義録

科目

証券分析

コース

2次対策
基本講座

回数

4

配布物

★ミニテスト：あり []

なし

★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説

講師

山岡

先生

★実力テスト：あり []

なし

★その他のレジュメ []

◇配布物なし

テキスト
ページ

黒 板 内 容

9. インフレ・リンク債

H23. 第1時限 第2問 問5

① 元金インデックス債

「元金額」がインフレ率(物価上昇率)に連動して増減する

$$\left(\begin{array}{c} \text{額面} \\ \text{クーポンレート} \end{array} \right) \rightarrow \text{一定}$$

$$\left[\begin{array}{c} \text{クーポン額} \\ \text{償還価格} \end{array} \right] \text{を計算する数値}$$

$$\text{元金額} = F \times \frac{CPI_t}{CPI_0}$$

← t期(利払時・償還時)における物価指数
 → 発行時物価指数

※ 一般的な固定利付債

= 当初から支払われるキャッシュフロー(クーポン・償還金)が確定

… インフレ(物価水準の上昇 貨幣価値の下落)に弱い

デフレに強い

証券アナリスト講義録	科目 証券分析	コース 2次対策 基本講座	回数 4
------------	------------	---------------------	---------

配布物	★ミニテスト：あり [] なし ★実力テスト：あり [] なし ◇配布物なし	★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説 ★その他のレジュメ []	講師 山岡 先生
-----	--	--------------------------------------	-------------

テキスト ページ	黒 板 内 容
	ブレイク・イーブン・インフレ率 $= \frac{\text{固定利付債の利回り}}{\text{名目債}} - \frac{\text{インフレリンク債の利回り}}{\text{実質債}}$ 名目金利 実質金利 ※ フィッシャー関係式： 名目金利 = 実質金利 + 期待インフレ率 ブレイク・イーブン・インフレ率 $= \text{名目債利回り} - \text{実質債利回り}$ $= (\text{実質金利} + \text{期待インフレ率}) - \text{実質金利}$ $= \text{期待インフレ率}$ 実際のインフレ率が ブレイク・イーブン・インフレ率を 上回れば…インフレリンク債有利 下回れば…名目債(固定利付債)有利

証券アナリスト講義録	科目 証券分析	コース 2次対策 基本講座	回数 4
------------	------------	---------------------	---------

配布物	★ミニテスト：あり [] なし ★実力テスト：あり [] なし ◇配布物なし	★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説 ★その他のレジュメ []	講師 山岡 先生
-----	--	--------------------------------------	-------------

テキスト ページ	黒板内容
	例題集 p.28 (2.5) H17 2.8 問1 (d) $D_{mod} = 4.8$ $BC = 36.0$ $\frac{\Delta P}{P} \approx -D_{mod} \times \Delta y + \frac{1}{2} \times BC \times (\Delta y)^2 = -4.8 \times (-0.005) + \frac{1}{2} \times 36 \times (-0.005)^2$ $= 0.02445 \rightarrow 2.45\% \text{ 上昇}$ 問2 1年債(c) : $D_{mod} = 0.99$ 投資比率 : $1-x$ 10年債(b) : $D_{mod} = 8.5$ 投資比率 : x } 投資比率加重平均 $8.5 \times x + 0.99 \times (1-x) = \underline{\underline{5.4}}$ $x = 0.5872 \dots$ $\approx 58.7\%$ △問3 レジュメ p.8 (1) 価格参照

証券アナリスト講義録	科目 証券分析	コース 2次対策 基本講座	回数 4
------------	------------	---------------------	---------

配布物 ★ミニテスト：あり [] なし ★実力テスト：あり [] なし ◇配布物なし	★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説 ★その他のレジュメ []	講師 山田 先生
---	--------------------------------------	-------------

テキスト ページ	黒板内容
	△ 問4 1年物割引債の利回りは$r_{0.1}$。 発行日(0r利払日)からXに1年間投資した場合... <u>価格変動リスクなし</u> 購入価格：<u>100円</u> 売却時キャッシュフロー：<u>$100円 + 100円 \times r_{0.1}$</u> $100 = \frac{C + 100}{1 + \text{利回り}} = \frac{(100 \times r_{0.1}) + 100}{1 + r} = \frac{100 \times (1 + r_{0.1})}{1 + r} \quad r = r_{0.1}$ 1年物割引債 × 問5 Yのクーポンレート cy 10年利付債の発行利回り r XとYのクーポン額の差は... cy $100 \times (cy - r_{0.1}) = 100 \times \{ (r - 0.01) - r_{0.1} \}$ $= 100 \times \{ (r - r_{0.1}) - 0.01 \} = 100 \times \{ (3\% - 1\%) - 1\% \} = 1円$ Yのキャッシュフローは10年にわたり毎年1円だけXを上回る。 XとYの価格差は毎年1円の10年分の現在価値 Xの価格 $\boxed{100} + \frac{83.12 - 74.05}{1\% \text{利付債 割引債}} = 109.07$

6 デュレーション (Duration)

(前提)

- イールド・カーブがフラット
- イールド・カーブの変化はパラレル・シフト

1. デュレーション (Duration) の経済的意義

意義 1: 投資の平均回収期間

意義 2: 債券価格の金利感応度

(1) マコーレイ・デュレーション (Macaulay Duration)

$$D_{Mac} = 1 \times \frac{C}{P} \times \frac{1}{1+y} + 2 \times \frac{C}{P} \times \frac{1}{(1+y)^2} + 3 \times \frac{C}{P} \times \frac{1}{(1+y)^3} + \dots + n \times \frac{C+F}{P} \times \frac{1}{(1+y)^n}$$

$$= \frac{\sum_{t=1}^n \frac{tC}{(1+y)^t} + \frac{nF}{(1+y)^n}}{P}$$

*) 割引債

$$D_{Mac} = \frac{\frac{nF}{(1+y)^n}}{\frac{F}{(1+y)^n}} = \frac{nF}{F} = n$$

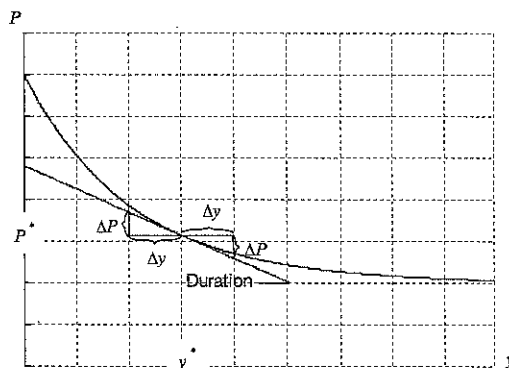
(2) 修正デュレーション (modified Duration)

$$D_{mod} = D_{Mac} \cdot \frac{1}{1+y}$$

(3) 金額デュレーション (dollar Duration)

$$D_{\$} = D_{mod} \cdot P = D_{Mac} \cdot \frac{P}{1+y}$$

- 価格-利回り曲線



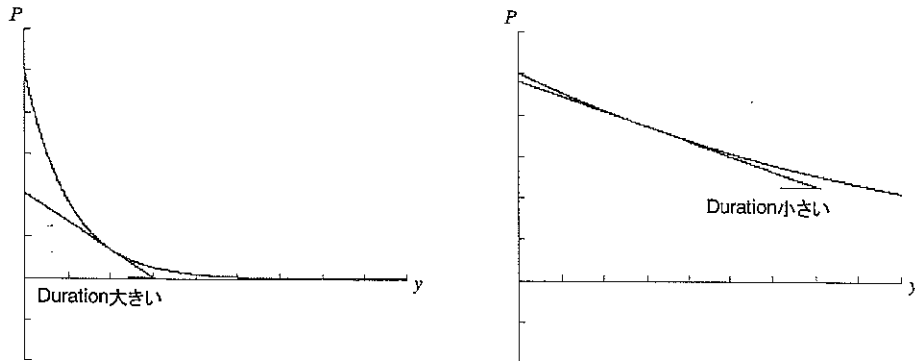
金利変化に伴う債券価格変化率の近似

$$\frac{\Delta P}{P} \approx -D_{Mac} \cdot \frac{\Delta y}{1+y} = -D_{mod} \cdot \Delta y$$

債券ポートフォリオ戦略 2

2. デュレーションの利用

(1) 基本的には...



if $y \uparrow \Rightarrow P \downarrow$ $D_{Long}: P \downarrow \downarrow$ 不利 $D_{Short}: P \downarrow$ 有利
 if $y \downarrow \Rightarrow P \uparrow$ $D_{Long}: P \uparrow \uparrow$ 有利 $D_{Short}: P \uparrow$ 不利

- cf. ・長期債，短期債（デュレーションの大きいのは???）
 ・高クーポン債，低クーポン債（デュレーションの大きいのは???）
 ・割引債のマコーレイ・デュレーションは???

(2) イミュニゼーション

ポートフォリオを金利変化の影響から免疫化させ，利回りを一定にする

⇒ポートフォリオのマコーレイ・デュレーション (D_{Mac}) を投資期間に一致させる

金利 $y \uparrow \Rightarrow$ 債券価格 $P \downarrow$ + クーボンの再投資収益 $\uparrow$...互いに相殺

金利 $y \downarrow \Rightarrow$ 債券価格 $P \uparrow$ + クーボンの再投資収益 $\downarrow$...互いに相殺

ただし，①イールド・カーブが水平でパラレル・シフトが前提，②イールド・カーブの変化や時間の経過に伴いデュレーションが変化してしまう，などの問題があり実際にはうまく機能しない。

※ ポートフォリオのマコーレイ・デュレーション，および修正デュレーション

=各債券のデュレーションを投資比率で加重平均

$$D_P = w_1 D_1 + w_2 D_2 + \cdots + w_n D_n$$

$$= \sum_{i=1}^n w_i D_i$$

※ ポートフォリオの金額デュレーション

= (投資額 $P \times$ 修正デュレーション D_{mod}) の合計

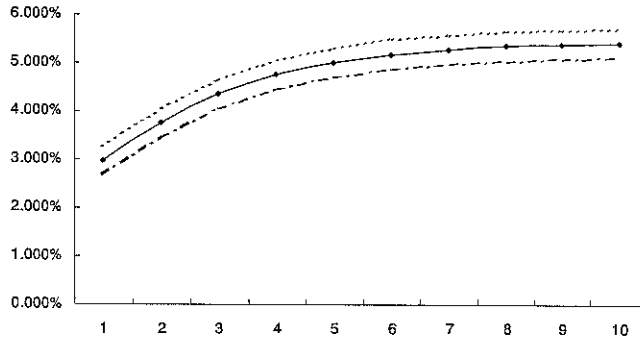
$$D_{\$P} = P_1 D_{mod(1)} + P_2 D_{mod(2)} + \cdots + P_n D_{mod(n)}$$

$$= \sum_{i=1}^n P_i D_{mod(i)}$$

債券ポートフォリオ戦略 2

(補足 1) イールド・カーブと価格変動

1. (スポット) イールド・カーブがフラットでない場合



スポット・レート基準の修正デュレーションおよびコンベクシティ

1) スポット・レート基準の修正デュレーション ($D_{mod(spot)}$)

$$D_{mod(spot)} = 1 \times \frac{\frac{C}{1+r_{0,1}}}{P} \times \frac{1}{1+r_{0,1}} + 2 \times \frac{\frac{C}{(1+r_{0,2})^2}}{P} \times \frac{1}{1+r_{0,2}} + \dots + n \times \frac{\frac{C+F}{(1+r_{0,n})^n}}{P} \times \frac{1}{1+r_{0,n}}$$

$$= \frac{\sum_{t=1}^n \frac{tC}{(1+r_{0,t})^{t+1}} + \frac{nF}{(1+r_{0,n})^{n+1}}}{P}$$

2) スポット・レート基準のコンベクシティ (BC_{spot})

$$BC_{spot} = (1+1) \times 1 \times \frac{\frac{C}{1+r_{0,1}}}{P} \times \frac{1}{(1+r_{0,1})^2} + (1+2) \times 2 \times \frac{\frac{C}{(1+r_{0,2})^2}}{P} \times \frac{1}{(1+r_{0,2})^2} + \dots$$

$$+ (1+n) \times n \times \frac{\frac{C}{(1+r_{0,n})^n}}{P} \times \frac{1}{(1+r_{0,n})^2}$$

$$= \frac{\sum_{t=1}^n \frac{(1+t)C}{(1+r_{0,t})^{t+2}} + \frac{(1+n)nF}{(1+r_{0,n})^{n+2}}}{P}$$

ただし、 P :債券価格、 C :クーポン、 F :償還価格、 $r_{0,t}$: t 年物スポット・レート、 t :クーポン・タイミング、 n :満期。

3) (スポット) イールド・カーブが Δr だけパラレル・シフトした場合の債券価格変化率

$$\frac{\Delta P}{P} \approx -D_{mod(spot)} \cdot \Delta r + \frac{1}{2} \cdot BC_{spot} \cdot (\Delta r)^2$$

2. (スポット) イールド・カーブの変化がノンパラレルシフトの場合 →キーレート・デュレーション

(補足 2) デュレーションの導出, およびデュレーションによる債券価格変化率の近似

デュレーションを債券価格の金利感応度と捉えれば, 債券価格と利回りの関係式を y で微分すればよいわけです. ただし, 合成関数なので $1+y=Y$ とおきます.

$$\begin{aligned}
 P &= \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{F}{(1+y)^n} \\
 &= \sum_{t=1}^n \frac{C}{Y^t} + \frac{F}{Y^n} = \sum_{t=1}^n CY^{-t} + FY^{-n} \\
 \frac{dP}{dy} &= \underbrace{\frac{dP}{dY}}_{\text{デュレーション・ルール}} \cdot \underbrace{\frac{dY}{dy}}_{\text{}} \\
 &= \underbrace{\left(\sum_{t=1}^n -tCY^{-t-1} - nFY^{-n-1} \right)}_{\frac{dP}{dY}} \times \underbrace{\frac{1}{\frac{dY}{dy}}}_{\frac{dY}{dy}} = - \left(\sum_{t=1}^n tCY^{-t-1} + nFY^{-n-1} \right) = - \left(\sum_{t=1}^n \frac{tC}{Y^{t+1}} + \frac{nF}{Y^{n+1}} \right) \\
 &= - \left(\sum_{t=1}^n \frac{tC}{Y^t} + \frac{nF}{Y^n} \right) \times \frac{1}{Y} = - \left(\sum_{t=1}^n \frac{tC}{(1+y)^t} + \frac{nF}{(1+y)^n} \right) \times \frac{1}{1+y} \\
 dP &= - \left(\sum_{t=1}^n \frac{tC}{(1+y)^t} + \frac{nF}{(1+y)^n} \right) \times \frac{dy}{1+y} \\
 \underbrace{\frac{\frac{\Delta P}{P}}{\frac{\Delta y}{1+y}}}_{\text{債券価格の変化率}} &\approx \underbrace{\frac{\sum_{t=1}^n \frac{tC}{(1+y)^t} + \frac{nF}{(1+y)^n}}{P}}_{D_{Mac}} \times \underbrace{\frac{\Delta y}{1+y}}_{\text{金利変化}} \\
 \frac{\Delta P}{P} &\approx -D_{Mac} \cdot \frac{\Delta y}{1+y}
 \end{aligned}$$

7 コンベクシティ (BC; Bond Convexity)

意義: デュレーション(接線)からの価格-利回り曲線の乖離 (曲率: カーベチャー)

(1) コンベクシティ (BC)

*) 割引債

$$BC = \frac{1}{(1+y)^2} \cdot \frac{\sum_{t=1}^n \frac{(1+t)C}{(1+y)^t} + \frac{(1+n)nF}{(1+y)^n}}{P}$$

$$BC = \frac{1}{(1+y)^2} \cdot \frac{\frac{(1+n)nF}{P}}{P} = \frac{1}{(1+y)^2} \cdot \frac{(1+n)nP}{P} = \frac{1}{(1+y)^2} \cdot (1+n)n$$

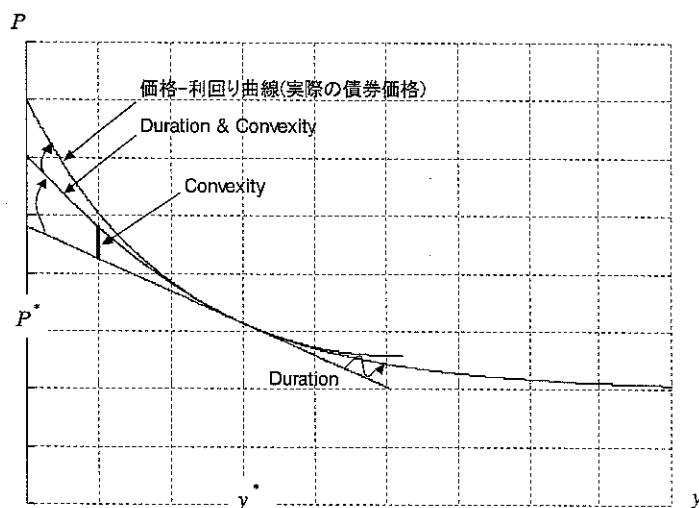
P : 債券価格, C : クーポン, F : 償還価格, y : 複利最終利回り, t : クーポン・タイミング, n : 満期.

(2) 金額コンベクシティ (BC_s)

$$BC_s = BC \cdot P$$

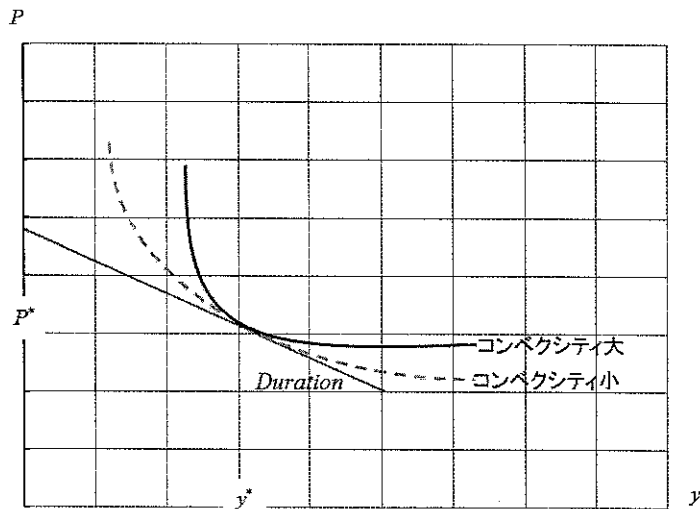
金利変化に伴う債券価格変化率の近似

$$\frac{\Delta P}{P} \approx -D_{mod} \cdot \Delta y + \frac{1}{2} \cdot BC \cdot (\Delta y)^2$$



債券ポートフォリオ戦略 2

- ※ 通常、コンベクシティは正の値をとるので、デュレーションが同じ水準の債券（あるいはポートフォリオ）であれば、金利が上昇する場合も低下する場合も、コンベクシティの大きい方が有利です。
- ※ デュレーションが同水準でコンベクシティの大きい債券、小さい債券というのは、少々デフォルメして描くと、以下のようなイメージです（実際のデータに基づいたものではありません）。



- ※ ただし、金利変化が小さいと $(\Delta y)^2$ が非常に小さな値となるため、そこそこ大きな金利変化でないとコンベクシティの効果は目立って表面化しません。

(補足 3) デュレーション・コンベクシティ

債券価格 P を利回り (金利) y の関数として式で表すと,

$$P(y) = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+y)^t} \\ = CF_1(1+y)^{-1} + CF_2(1+y)^{-2} + \dots + CF_n(1+y)^{-n}$$

ただし, P :債券価格, CF_t : t 期のキャッシュ・フロー (クーポン, 償還金), y :利回り (金利), n :残存期間.

利回り (金利) がわずかに変化 (Δy) したとき, 債券価格は以下のように表されます (ΔP は債券価格の変化額).

$$P + \Delta P = P + \frac{dP}{dy} \cdot \Delta y + \frac{1}{2!} \cdot \frac{d^2P}{dy^2} \cdot (\Delta y)^2 + \frac{1}{3!} \cdot \frac{d^3P}{dy^3} \cdot (\Delta y)^3 + \dots \\ \Delta P = \frac{dP}{dy} \cdot \Delta y + \frac{1}{2!} \cdot \frac{d^2P}{dy^2} \cdot (\Delta y)^2 + \frac{1}{3!} \cdot \frac{d^3P}{dy^3} \cdot (\Delta y)^3 + \dots \\ \approx \frac{dP}{dy} \cdot \Delta y + \frac{1}{2!} \cdot \frac{d^2P}{dy^2} \cdot (\Delta y)^2 \\ \frac{\Delta P}{P} \approx \underbrace{\frac{dP/dy}{P}}_{-D_{mod}} \cdot \Delta y + \frac{1}{2} \cdot \underbrace{\frac{d^2P/dy^2}{P}}_{BC} \cdot (\Delta y)^2$$

ここで, 第 1 項の $\frac{dP/dy}{P}$ は金利変化に対する債券価格の弾力性を表すデュレーション (債券価格の y による 1 階微分を債券価格 P で割ったもの: レジューメ p.4 参照), 第 2 項の $\frac{d^2P/dy^2}{P}$ は価格利回り曲線の曲率 (凸性) を表すコンベクシティ (債券価格の y による 2 階微分を債券価格 P で割ったもの) です.

したがって,

$$\frac{\Delta P}{P} \approx -D_{mod} \cdot \Delta y + \frac{1}{2} \cdot BC \cdot (\Delta y)^2$$

※ 3 次の項, 4 次の項とオーダーをあげてゆくとより精度は高まり, 実際の価格-利回り曲線に収束してゆきます. しかし, 実際には, 3 次以降は非常に小さい値なので無視し, せいぜいコンベクシティまでというわけです.

8 変動利付債 (FRN: Floating Rate Notes)

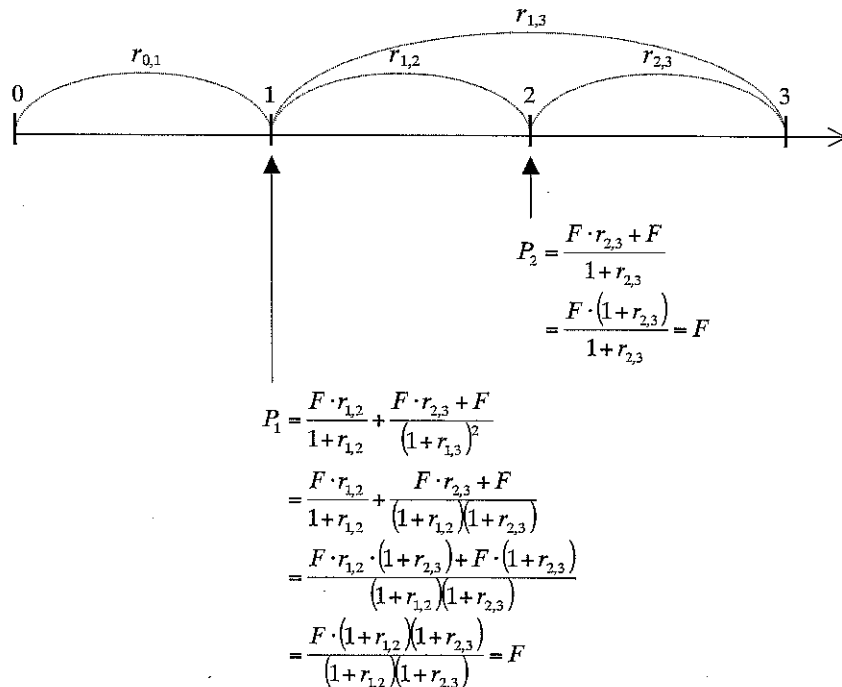
(cf. 例題集 p.28 (2.5) 平成 17 年第 2 時限第 8 問 問 3~問 6) ←結構難しいです

- 毎期のクーポンが市場金利にリンクして変動する債券.
- 事前に金利リセット日が設定されており, 金利リセット日ごとにクーポン・レートが改定され, 次の利払日のクーポン額が確定する.

以下, P_t : t 期における FRN の価格, F : 額面 (償還価格), C : クーポン, $r_{t,t}$: t 期における T 期にかけてのスポット・レート (あるいはスポット・レートの期待値), とします.

(1) 価格

変動利付債の価格 (P) は, 金利のリセット日 (t) ごとに, 額面 (F) に等しくなる.



(2) リターン

t 期 (金利リセット日) から $t+1$ 期 (金利リセット日) まで 1 期間のリターン r は, 対応する 1 期間のスポット・レート $r_{t,t+1}$ であり, 次の金利リセット日 ($t+1$) を満期とする 1 期間物割引債の利回りと等しい.

$$r = \frac{C + P_{t+1} - P_t}{P_t} = \frac{F \cdot r_{t,t+1} + F - F}{F} = r_{t,t+1}$$

(3) 金利感応度 (デュレーション&コンベクシティ)

次の金利リセット日を満期とする 1 期間物割引債と等しい.

9 インフレ連動債（インフレ・リンク債）

（cf. 平成 23 年第 1 時限第 2 問 問 5）

(1) インフレ・リンク債

発行体や投資家に対する物価変動の影響を回避することを意図した債券。
物価指数に連動するインデックス債とみることができます。

※ 指標とするインデックス CPI（消費者物価指数）
 CPI（除く生鮮食品）
 卸売物価指数
 GDP デフレーター

①元金インデックス債：元金額がインフレに連動して増減し、それに合わせて毎回の支払利息額も調整される債券。

$$\text{元金額} = F \times \frac{CPI_t}{CPI_0} \quad \text{支払利息額} = \text{クーポン・レート} \times \text{元金額}$$

ただし、 F :額面、 CPI_t :利払時・償還時の物価指数、 CPI_0 :発行時の物価指数。

②金利インデックス債：毎利払日に固定額の金利とインフレに連動した元金増額分の支払が行われる債券。

③インデックス年金債：毎年、基準となる年金額をインフレ調整した額が支払われる債券。

④インデックス・ゼロクーポン債：ゼロクーポン債（割引債）で、償還元金額がインフレ調整されるもの。

(2) ブレイク・イーブン・インフレ率

インフレ・リンク債の実質利回りと、同年限の名目債の複利最終利回りの差。

$$\pi^e = y - r$$

ただし、 π^e :ブレイク・イーブン・インフレ率、 y :名目債の複利最終利回り（名目利回り）、 r :インフレ・リンク債の実質利回り。

将来の物価上昇率（実際のインフレ率）がこれを上回れば、結果的にはインフレ・リンク債が有利、将来の物価上昇率がこれを下回れば、結果的には名目債が有利と考えられます。

また、この値は市場の予想する将来のインフレ率を示唆しています。

(3) インフレ・リンク債の意義

①投資家	インフレ・リスクのヘッジが可能。実質ベースでの運用利回りが保証される。また、年金基金のように物価水準に連動した支払を行う負債をもつ投資家の場合、負債特性に合致した投資対象となり得る。
②発行体	一般に、名目債にはインフレに対するリスク・プレミアムが要求されていると考えられる。このため、市場の予想する期待インフレ率が正しい場合でも、このリスク・プレミアム分、インフレ・リンク債の方が調達コストが低くなる可能性がある。
③金融政策	ブレイク・イーブン・インフレ率（インフレ・リンク債と名目債の利回りの差）が、期待インフレ率に関する有用な情報となる可能性があることが指摘されている。