

講義録レポート

講義録コード

11-12-B-101-03

講 座	証券アナリスト	科目①	証券分析とポートフォリオ・マネジメント
目標年	2012年合格目標	科目②	
コース	2次対策・基本講義	回 数	3 回
用 途	☒ 個別DVD ☒ テープレクチャー ☐ 集合ビデオ ☒ WEB ☐ 衛星 ☒ カセット通信 ☒ DVD通信 ☐ 資料通信		

収録日	2011 年 9 月 26 日		
講師名	山岡 先生	講義録 枚数	10 枚 ※レポート 含まず
		補助資料 枚数	10 枚 (サイズ)

講義構成	講義 (75) 分 → 休憩 (10) 分 → 講義 (73) 分		
使用教材	① 基本テキスト P. 59 ~ P. 94 ② 問題集 P. ~ P. ③ 例題集 P. ~ P. ④		
配布物	有 ☒ 無 ① ②		
正誤表	有 ☒ 無 枚		
備考	 		

TAC証券アナリスト講座

証券アナリスト講義録

科目

証券分析

コース

2次対策
基本講義

回数

3

配布物

★ミニテスト：あり []
★実力テスト：あり []
◇配布物なし

なし
なし

★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説
★その他のレジュメ []

講師

山岡

先生

テキスト
ページ

黒 板 内 容

第2章 債券ポートフォリオ戦略

… イールド・カーブ(金利)と債券ポートフォリオ

第1回
p.59~74
・ 利回り(yield) $\approx$ 金利水準] ◎ 基本必須
・ 正味現在価値(NPV)

◎ イールド・カーブの変化と保有期間利回り

… スポットレートとフォワードレート

○ イールド・カーブの変化… 景気変動, △ 主成分分析

△ イールド・カーブの形状変化の要因

H23.1.2

第2回 ◎ デュレーション・コンバクシティ

p.75~92 △ 特殊な債券 of 金利スワップ

・ 変動利付債(FRN)… 例題集 p.28 (2.3)

・ インフレ連動債… H23.1.2

H17.2.8

(・ オプション内蔵型(コラバブル債) → 第3章
・ フタブル債) テリバティブス

・ 証券化商品(MBS, ABS) → 第6章

オルタナティブス

第3回 債券ポートフォリオの運用

p.93~102

・ パッシブ

○ キャッシュフローマッチ

◎ イミューゼーション

(デュレーション・マッチ)

・ アクティブ

◎ バーベール・ブレット戦略

(信用リスク)

証券アナリスト講義録

科目 証券分析

コース 2次対策
基本講義

回数 3

配布物

★ミニテスト：あり []
★実力テスト：あり []
◇配布物なしなし
なし★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説
★その他のレジュメ []

講師

山岡

先生

テキスト
ページ

黒 板 内 容

1. 利回り

1) 複利最終利回り ($y: y+m$)

$$\text{利付債: } P = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{F}{(1+y)^n}$$

額面 ※途中売却の場合は
売却価格満期保有した場合の(年あたりの)平均投資
収益率(内部収益率: irr)

※年2回利払い(半年複利)の場合

クーポン: C) $1/2$ 期間: $t, n \dots \times 2$
利回り: y

$$\text{割引債(ゼロクーポン債)} \quad P = \frac{F}{(1+y)^n}$$

リスクのない割引債(e.g. 国債)の最終
利回り = スポットレート

2) スポットレートとフォワードレート

・スポットレート($r_{0,t}$)... 契約時と投資開始時が同じ(現在)
※割引債の最終利回り

$$P = \frac{F}{(1+y)^n} \iff P \times (1+y)^n = F$$

・フォワードレート($f_{t,T}$)... 契約時と投資開始時が異なる
(現在) (将来)

※FRA(金利先渡し契約)

→ 第3章 デリバティブス

証券アナリスト講義録

科目

証券分析

コース

2次対策
基本講義

回数

3

配布物

★ミニテスト：あり []
★実力テスト：あり []
◇配布物なしなし
なし★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説
★その他のレジュメ []

講師

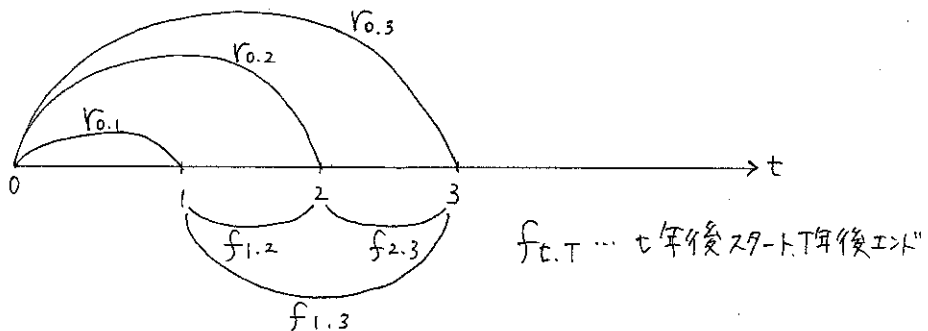
山岡

先生

テキスト
ページ

黒板内容

スポットレートとフォワードレートの関係



※ 100円 ... 2年間で運用する

- ① 2年間で：2年物スポットレート $r_{0.2}$ (2年物割引債)
- ② 1年目：1年物スポットレート $r_{0.1}$ (1年物割引債)
- 2年目：1年物フォワードレート $f_{1.2}$ (FRA)

$$\longrightarrow \textcircled{1} 100\text{円} \times (1 + r_{0.2})^2$$

$$\textcircled{2} 100\text{円} \times (1 + r_{0.1}) \times (1 + f_{1.2})$$

無裁定条件により

$$\cancel{100\text{円}} \times (1 + r_{0.2})^2 = \cancel{100\text{円}} \times (1 + r_{0.1})(1 + f_{1.2})$$

$$(1 + r_{0.2})^2 = (1 + r_{0.1})(1 + f_{1.2})$$

この関係がすべてのスポットレート、フォワードレートについて成立する

$$\begin{aligned} (1 + r_{0.3})^3 &= (1 + r_{0.1})(1 + f_{1.2})(1 + f_{2.3}) \\ &= (1 + r_{0.1})(1 + f_{1.3})^2 \\ &= (1 + r_{0.2})^2(1 + f_{2.3}) \end{aligned}$$

証券アナリスト講義録

科目

証券分析

コース

2次対策
基本講義

回数

3

配布物

★ミニテスト：あり [] なし
★実力テスト：あり [] なし
◇配布物なし

★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説
★その他のレジュメ []

講師

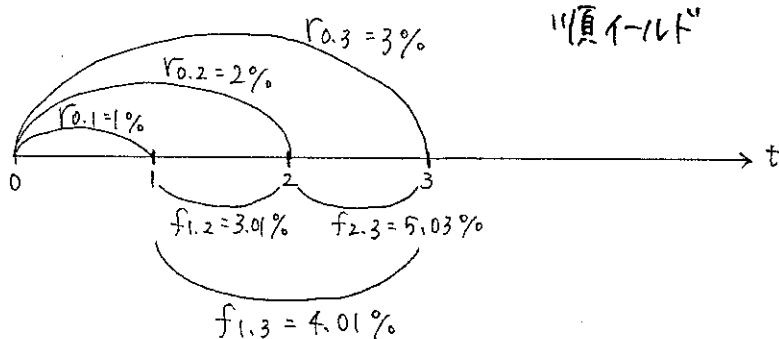
山岡

先生

テキスト
ページ

黒板内容

3. 保有期間利回り



3年物割引債に1年間で投資

① 1年間で「イールド・カーブ」が変化しない。

→ 1年後 $r_{0.1} = 1\%$, $r_{0.2} = 2\%$, $r_{0.3} = 3\%$

3年債は2年債になっています

売却価格

$$\begin{aligned} \text{保有期間利回り } r &= \frac{P_1 - P_0}{P_0} = \frac{P_1}{P_0} - 1 \\ &= \frac{\frac{F}{(1+r_{0.2})^2}}{\frac{F}{(1+r_{0.3})^3}} - 1 = \frac{(1+r_{0.3})^3}{(1+r_{0.2})^2} - 1 \quad \text{①} \end{aligned}$$

証券アナリスト講義録

科目

証券分析

コース

2次対策
基本講義

回数

3

配布物

★ミニテスト：あり []
★実力テスト：あり []
◇配布物なしなし
なし★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説
★その他のレジュメ []

講師

山岡

先生

テキスト
ページ

黒板内容

$$(1+r)(1+r_{0.2})^2 = (1+r_{0.3})^3$$

保有期間利回り

 $r = f_{2.3} \leftarrow$ スポットレートとフォワードレートの関係より

3年物スポットレート3%より高くなる(ローリング)

…リールド

cf. 例題集 p.35 (2.8) H20.2.6. 問1

② 1年後のスポットレートが現在のイールドカーブの予想通り
(純粋期待仮説が実現)

→ 1年後 1年物スポットレート = 現在の $f_{1.2}$ (1年物フォワードレート)
2年物スポットレート = 現在の $f_{1.3}$ (2年物フォワードレート)
3年債は2年債になっています。

$$\text{保有期間利回り } r = \frac{P_1 - P_0}{P_0} = \frac{P_1}{P_0} - 1$$

$$= \frac{\frac{F}{(1+f_{1.2})^2}}{\frac{F}{(1+r_{0.3})^3}} - 1$$

$$= \frac{(1+r_{0.3})^3}{(1+f_{1.3})^2} - 1$$

$$(1+r)(1+f_{1.3})^2 = (1+r_{0.3})^3$$

保有期間利回り $r = r_{0.1}$ … 1年物スポットレート

cf. 例題集 p.30 (2.6) H20.2.8 問4

証券アナリスト講義録

科目

証券分析

コース

2次対策
基本講義

回数

3

配布物

★ミニテスト：あり []
★実力テスト：あり []
◇配布物なし

なし
なし

★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説
★その他のレジュメ []

講師

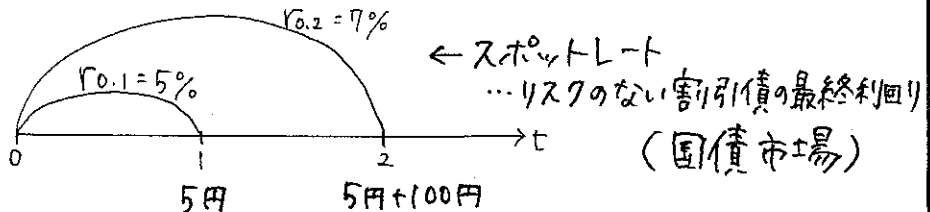
山岡

先生

テキスト
ページ

黒板内容

3) 正味現在価値 (NPV)



ある「債券」

- ・残存2年
- ・額面100円
- ・クーポン5% (年1回)
- ・時価95円

→ある「債券」の複利最終利回り ($y+m$)

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{F}{(1+y)^n} = \frac{C}{1+y} + \frac{C+F}{(1+y)^2}$$

$$95 = \frac{5}{1+y} + \frac{5+100}{(1+y)^2}$$

同じ値 = 1年あたりの平均投資収益率 $y \approx 7.776\%$

$$P^* = \frac{C}{1+r_{0.1}} + \frac{C+F}{(1+r_{0.2})^2}$$

$$= \frac{5}{1+0.05} + \frac{5+100}{(1+0.07)^2}$$

≈ 96.47 ← リスクのない割引債 (eg. 国債) に基づいた理論価格

$$NPV = P^* - P = 96.47 - 95 = +1.47 \text{ (正值)}$$

↑
実際の価格

証券アナリスト講義録

科目

証券分析

コース

2次対策
基本講義

回数

3

配布物

★ミニテスト：あり []

なし

★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説

講師

山岡

先生

★実力テスト：あり []

なし

★その他のレジュメ []

◇配布物なし

テキスト
ページ

黒板内容

NPV > 0 ... ある「債券」... 国債と比べ割安
→ 高利回り ... 購入!!
but. 割安 = $\frac{\text{高利回り}}{\text{何らかのリスクあり?}}$... リスクプレミアム?

※リスク ... ①デフォルト(債務不履行)
→ 「格付け」参照
高格付けであれば他のリスクを考慮
流動性 繰上償還 など

「格付け」... 債券ごとにデフォルトリスクのみを
アルファベット(数字)で表象したもの
※同一発行体の債券でも発行条件によって
格付けが異なることがある。

もしある「債券」の実際の価格が 96.47円 (理論価格通り)
であった場合

$$\underline{96.47} = \frac{5}{1+y^*} + \frac{5+100}{(1+y^*)^2} \quad y^* \approx 6.949\%$$

$$\begin{aligned} \text{利回り格差 (スプレッド)} &= y - y^* \\ &= 7.776\% - 6.949\% = 0.847\% \quad (84.7 \text{ bp}) \end{aligned}$$

※bp ... 1/100 パーセント

ある「債券」に信用リスクが
あれば
これはクレジットスプレッド

証券アナリスト講義録

科目

証券分析

コース

2次対策
基本講義

回数

3

配布物

★ミニテスト：あり []

なし

★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説

講師

山田

先生

★実力テスト：あり []

なし

★その他のレジュメ []

◇配布物なし

テキスト
ページ

黒 板 内 容

cf: 債券価格 > 額面 $\Leftrightarrow y_{tm} < \text{クーポンレート (オーバー・パー)}$
 債券価格 = 額面 $\Leftrightarrow y_{tm} = \text{クーポンレート (パー)}$
 債券価格 < 額面 $\Leftrightarrow y_{tm} > \text{クーポンレート (アンダー・パー)}$

2. 景気循環とイールド・カーブ

→ テキスト P68~69 レジュメ P.6.

cf 例題集 p.25 (2.4) H17.2.6

3. イールド・カーブ 変化のパターン

→ テキスト P90 レジュメ P.7

① 水準変化 (シフト)

② 傾き変化 (ツイスト)

③ 曲率変化 (カーベチャ、バタフライ)

4. イールド・カーブ の主成分分析

考え方

表面化する変数

背後にあるファクター

スポット・レート

$$\begin{pmatrix} 1\text{年物スポットレート} \\ 2\text{年物スポットレート} \\ \vdots \end{pmatrix}$$

特徴を集約化

$$\begin{pmatrix} \text{第1主成分} \\ \text{第2主成分} \\ \vdots \end{pmatrix}$$

証券アナリスト講義録

科目 証券分析

コース 2次対策
基本講義

回数

3

配布物

★ミニテスト：あり []
★実力テスト：あり []
◇配布物なしなし
なし★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説
★その他のレジュメ []

講師

山岡

先生

テキスト
ページ

黒板内容

分析結果の読みとり (レジュメ P.8)

イールド・カーブ(スポットレート)に
影響を与えるファクター

固有値

寄与率

累積寄与率

※1 主成分

各主成分の

百分率

説明力(寄与率)

※2 主成分

説明力

固有値

の累積

※3 主成分

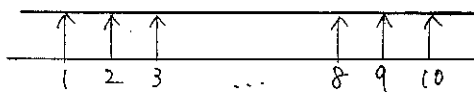
(情報量)

合計

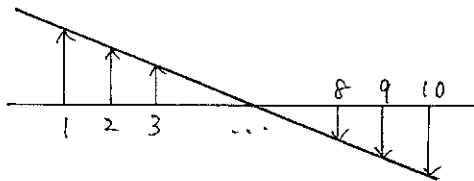
※4 主成分

※ 固有ベクトル = 各スポットレートに与える影響

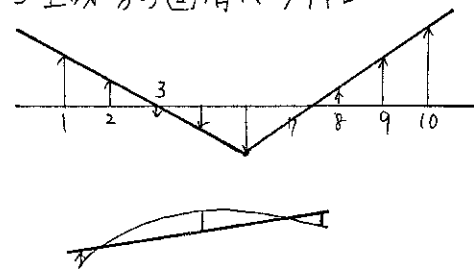
※1 主成分の固有ベクトル

ほぼ同じ値 (+0.3)
すべてプラス方向... (シフト)
イールド・カーブ

※2 主成分の固有ベクトル

短期... プラス ⊕
長期... マイナス ⊖
イールド・カーブ → 傾き変化 (ツイスト)

※3 主成分の固有ベクトル

スポットレート
短期 長期 ... プラス ⊕
中期 ... マイナス ⊖
→ 曲率 (カーベチャ、バタフライ)

TAC

証券アナリスト講義録

科目

証券分析

コース

2次対策
基本講義

回数

3

配布物

★ミニテスト：あり []

なし

★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説

講師

山田

先生

★実力テスト：あり []

なし

★その他のレジュメ []

◇配布物なし

テキスト
ページ

黒 板 内 容

※主成分分析は 多変量解析と呼ばれる統計的手法であり
過去の一定期間のデータに基づくものです。

↑

レジュメの分析で抽出されたのは

- ① 上方シフト
- ② フラットニング・ツイスト
- ③ ポジティブ バタフライ

各ファクターの「プラス方向の変化」…①上方シフト

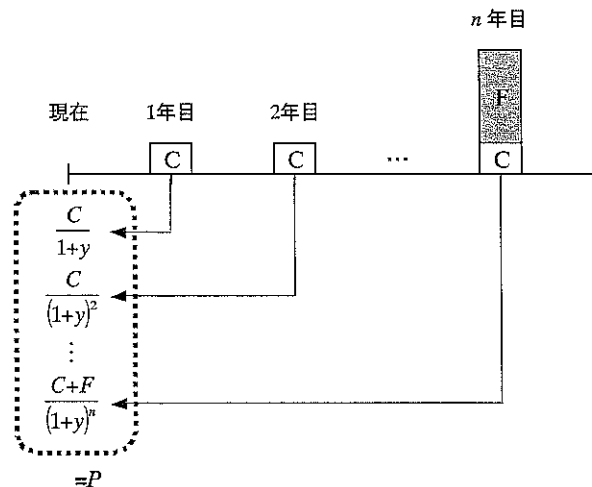
- ②フラットニングツイスト
- ③ポジティブバタフライ

債券ポートフォリオ戦略 1

1 利回り

1. 債券の利回り計算

債券価格と複利最終利回り (ytm : yield to maturity)



・利付債 (年 1 回転化の複利計算 p.a: per-annual)

$$P = \frac{C}{1+y} + \frac{C}{(1+y)^2} + \dots + \frac{C}{(1+y)^n} + \frac{F}{(1+y)^n}$$

$$= \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{F}{(1+y)^n}$$

・割引債 (ゼロクーポン債)

$$P = \frac{F}{(1+y)^n}$$

ただし, P : 債券価格, C : クーボン, F : 償還価格 (額面), y : 複利最終利回り, t : クーボン・タイミング, n : 満期.

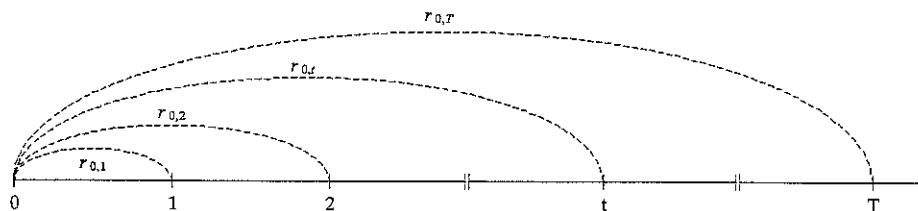
※ 年 2 回転化の複利計算 (半年複利 s.a.: semi-annual)

$$P = \frac{\frac{C}{2}}{1+\frac{y}{2}} + \frac{\frac{C}{2}}{\left(1+\frac{y}{2}\right)^2} + \frac{\frac{C}{2}}{\left(1+\frac{y}{2}\right)^3} + \frac{\frac{C}{2}}{\left(1+\frac{y}{2}\right)^4} + \dots + \frac{\frac{C}{2}}{\left(1+\frac{y}{2}\right)^{2n-1}} + \frac{\frac{C}{2}}{\left(1+\frac{y}{2}\right)^{2n}} + \frac{F}{\left(1+\frac{y}{2}\right)^{2n}}$$

債券ポートフォリオ戦略 1

2. スポット・レートとフォワード・レート

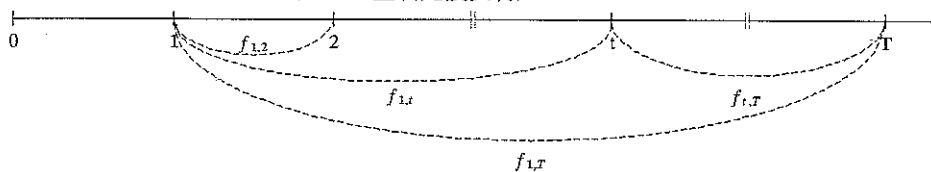
- (1) スポット・レート：契約時点と投資時点が一致している場合の利子率
(割引債の最終利回り)



$$P = \frac{F}{(1+r_{0,t})^t}$$

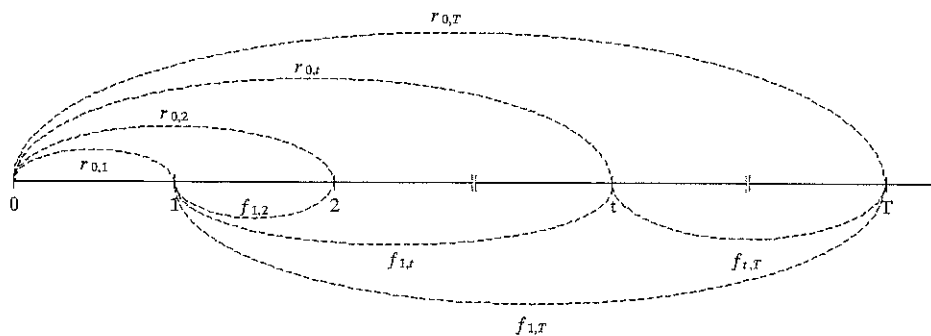
P :償還まで t 年の割引債の価格, F :償還価格, t :残存期間, $r_{0,t}$: t 年物スポット・レート.

- (2) フォワード・レート：契約時点と投資時点が異なる場合の利子率
(FRA：金利先渡契約)



$f_{t,T}$: t 年後スタート T 年後エンドのフォワード・レート.

- (3) スポット・レートとフォワード・レートの関係（無裁定条件）



$$(1+r_{0,T})^T = (1+r_{0,t})^t (1+f_{t,T})^{T-t}$$

3. 保有期間利回り

ローリング・イールド：イールド・カーブが変化しないと仮定した場合の保有期間利回り。

t 年物割引債に 1 年間投資した場合の投資収益率（保有期間利回り）を考えます。現在の t 年物割引債の最終利回りは t 年物スポット・レート ($r_{0,t}$) です。現在の t 年物割引債は 1 年後には $t-1$ 年物割引債になっています。イールド・カーブが変化していなければ、 $t-1$ 年債（現在の t 年債）の最終利回りは「 $t-1$ 年物スポット・レート ($r_{0,t-1}$)」になっています。

したがって、この場合の保有期間利回りを r とすると $r = f_{t-1,t}$ 、つまり t 年後スタート t 年後エンドの 1 年物フォワード・レート $f_{t-1,t}$ となります。

$$r = \frac{P_1 - P_0}{P_0} = \frac{P_1}{P_0} - 1 = \frac{\frac{F}{(1+r_{0,t-1})^{t-1}}}{\frac{F}{(1+r_{0,t})^t}} - 1 = \frac{(1+r_{0,t})^t}{(1+r_{0,t-1})^{t-1}} - 1 = f_{t-1,t}$$

ただし、 P_0 :現在の t 年物割引債の価格、 P_1 :1 年後の $t-1$ 年物割引債の価格、 F :額面。

この場合、順イールドであればスポット・イールドよりもフォワード・イールドの方が上方にあるので、 t 年物割引債を満期保有した場合の利回りよりも高いリターンとなります。過去の本試験問題では、こうした効果を「ローリング効果」と呼んでいます。この「ローリング効果」は t 年物スポット・レートと $t-1$ 年物スポット・レートの開きが大きいほど強い、言い換えればイールド・カーブの傾きが急なほど（スティーブなほど）強くなります。
→例題集 p.35 (2.8) 平成 20 年第 2 時限第 6 問 問 1

cf.平成 22 年第 1 時限第 2 問 問 2・問 3

純粋期待仮説：フォワード・レートは将来のスポット・レートの期待値

やはり、 t 年物割引債に 1 年間投資した場合の投資収益率（保有期間利回り）を考えます。現在の t 年物割引債の最終利回りは t 年物スポット・レート ($r_{0,t}$) です。現在の t 年物割引債は 1 年後には $t-1$ 年物割引債になっています。1 年後のスポット・レート・カーブが現在のスポット・レート・カーブから予想されるとおりになっていれば、 $t-1$ 年債（現在の t 年債）の最終利回りは「現在の 1 年後スタート t 年後エンドのフォワード・レート ($f_{1,t}$)」ということになります。

したがって、この場合の保有期間利回りを r とすると、スポット・レートとフォワード・レートの関係 $(1+r_{0,t}) = (1+r_{0,1})(1+f_{1,t})^{t-1}$ から $r = r_{0,1}$ 、つまり 1 年物スポット・レートとなります。

$$r = \frac{P_1 - P_0}{P_0} = \frac{P_1}{P_0} - 1 = \frac{\frac{F}{(1+f_{1,t})^{t-1}}}{\frac{F}{(1+r_{0,t})^t}} - 1 = \frac{(1+r_{0,t})^t}{(1+f_{1,t})^{t-1}} - 1 \Leftrightarrow (1+r)(1+f_{1,t})^{t-1} = (1+r_{0,t})^t \quad r = r_{0,1}$$

ただし、 P_0 :現在の t 年物割引債の価格、 P_1 :1 年後の $t-1$ 年物割引債の価格、 F :額面。

この場合、長期債の運用は平均的に短期債のロールオーバー（1 年ごとの乗り換え）と同様の効果であることが示唆されます。

→例題集 p.30 (2.6) 平成 20 年第 2 時限第 8 問 問 4

cf.平成 22 年第 1 時限第 2 問 問 5

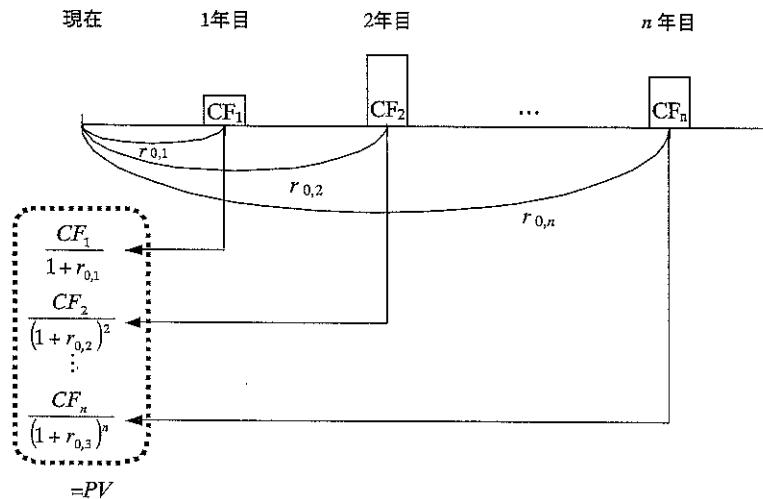
平成 23 年第 1 時限第 6 問 問 3

債券ポートフォリオ戦略 1

※) 現在価値 (PV; Present Value)

$$PV = \frac{CF_1}{1+r_{0,1}} + \frac{CF_2}{(1+r_{0,2})^2} + \dots + \frac{CF_n}{(1+r_{0,n})^n} = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+r_{0,t})^t}$$

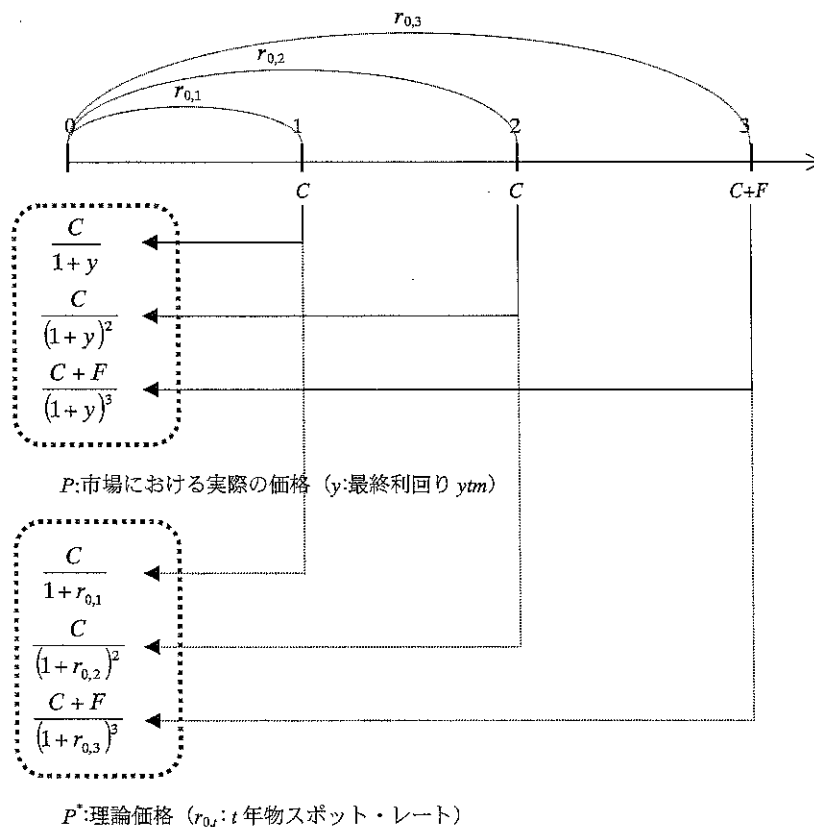
ただし, PV : 「資産」の現在価値, CF_t : t 期のキャッシュ・フロー, $r_{0,t}$: t 期間のスポット・レート.



ここで, スポット・レートはリスクのない割引債 (e.g. 国債) の最終利回りとします. そうすると, 上記の計算により, この「資産」が無リスク (国債並み) であったとした場合の, いわば「理論価格」が計算できます.

3. 正味現在価値 (NPV : Net Present Value)

$r_{0,t}$: リスクのない割引債 (e.g. 国債) の利回り ($t=1,2,3$), C : クーポン, F : 額面.

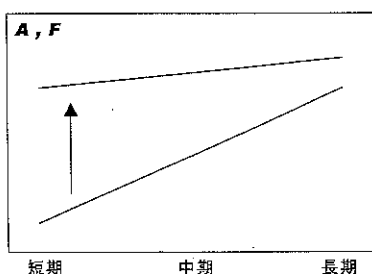
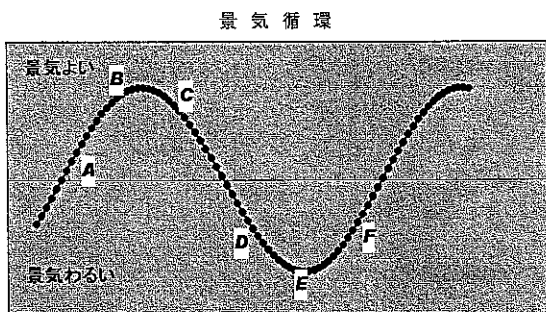


$$P = \sum_{t=1}^n \frac{Cash\ Flow_t}{(1+y)^t} = \frac{C}{1+y} + \frac{C}{(1+y)^2} + \frac{C+F}{(1+y)^3}$$

$$\begin{aligned} P^* &= \sum_{t=1}^n \frac{Cash\ Flow_t}{(1+r_{0,t})^t} = \frac{C}{1+r_{0,1}} + \frac{C}{(1+r_{0,2})^2} + \frac{C+F}{(1+r_{0,3})^3} \\ &= \sum_{t=1}^n \frac{Cash\ Flow_t}{(1+y^*)^t} = \frac{C}{1+y^*} + \frac{C}{(1+y^*)^2} + \frac{C+F}{(1+y^*)^3} \end{aligned}$$

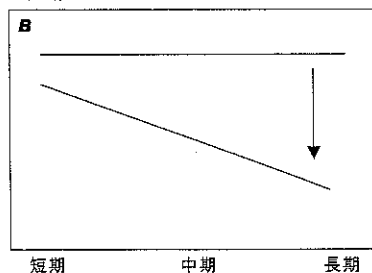
if $P < P^* \Rightarrow$ 正味現在価値: $NPV = P^* - P > 0$ and 内部収益率: $y > y^*$
投資チャンス or リスクあり

2 景気循環とイールド・カーブ



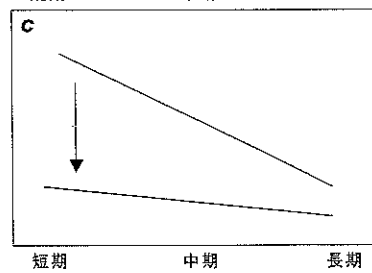
A, F) 景気回復期

景気の回復とともに、短期金利が上昇しはじめる。
長期金利は将来の景気過熱を織り込んで高水準。
イールド・カーブは急な順イールドから高水準フラット化。



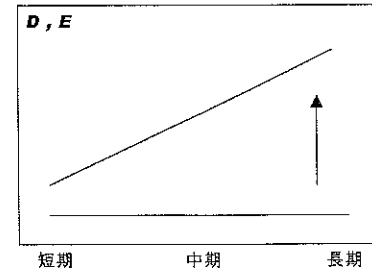
B) 景気過熱期

景気過熱でインフレ率上昇、イールド・カーブは高水準フラット。
長期金利が次第に将来の景気・インフレの沈静化を織り込み次第に下落。
イールド・カーブは逆イールドへ。



C) 景気沈静・後退期

景気の沈静化が始まりインフレ率低下。
短期金利が下落。
イールド・カーブは逆イールドから徐々に低水準フラット化。



D, E) 景気低迷期

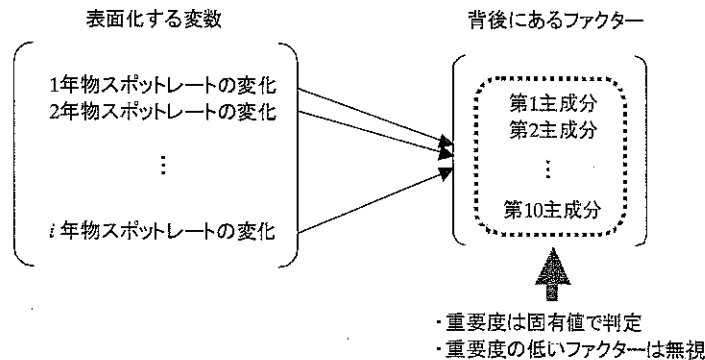
景気悪化、インフレよりもデフレ懸念。
イールド・カーブは長短金利とも低く低水準フラット。
Fに至って景気回復期待、徐々に長期金利が上昇。

3 イールド・カーブの変化

シフト (水準変化)	上方シフト	すべての期間の金利が同じ幅だけ上昇
	下方シフト	すべての期間の金利が同じ幅だけ低下
ツイスト (傾き変化)	フラットニング	短期金利の相対的上昇/長期金利の相対的低下
	スティーピング	短期金利の相対的低下/長期金利の相対的上昇
カーベチャー (曲率変化)	ポジティブ	短期・長期金利の相対的上昇/中期金利の相対的低下
	ネガティブ	短期・長期金利の相対的低下/中期金利の相対的上昇

4 主成分分析

- 主成分分析の考え方



$t-1$ 時点から t 時点にかけて観察される i 年物スポット・レートの変化を $\Delta r_{i,t}$ ($i=1,2,\dots,10$) とし、合成変量 (第 j 主成分) を $z_{j,t}$ とします。これを使ってイールド・カーブの変化 (各年限のスポット・レートの変化) が、どういう主成分 (ファクター) でどれだけ説明できるかをみてゆきます。

$$\text{第1主成分} : z_{1,t} = w_{1,1}\Delta r_{1,t} + w_{2,1}\Delta r_{2,t} + \dots + w_{10,1}\Delta r_{10,t}$$

$$\text{第2主成分} : z_{2,t} = w_{1,2}\Delta r_{1,t} + w_{2,2}\Delta r_{2,t} + \dots + w_{10,2}\Delta r_{10,t}$$

⋮

$$\text{第10主成分} : z_{10,t} = w_{1,10}\Delta r_{1,t} + w_{2,10}\Delta r_{2,t} + \dots + w_{10,10}\Delta r_{10,t}$$

$$\text{ただし, } \sum_{j=1}^{10} w_{i,j}^2 = 1$$

*) 実際には、 $t-1$ 時点から t 時点にかけて観察される i 年物スポット・レートの変化 ($\Delta r_{i,t}$) を専用のソフトウェアやプログラムにデータ入力し、コンピュータに主成分分析の計算結果を出力させます。次ページのような感じです。

債券ポートフォリオ戦略 1

主成分分析結果

主成分	固有値	寄与率	累積 寄与率	固有ベクトル w										←期間
				1年	2年	3年	4年	5年	6年	7年	8年	9年	10年	
第1主成分	9.226	92.89%	92.89%	0.11	0.29	0.35	0.36	0.37	0.36	0.34	0.32	0.34	0.28	イールドカーブ に与える影響
第2主成分	0.477	4.80%	97.69%	0.43	0.41	0.34	0.21	0.05	-0.12	-0.18	-0.29	-0.38	-0.39	
第3主成分	0.146	1.47%	99.16%	0.47	0.46	-0.45	-0.35	-0.28	-0.13	0.02	0.16	0.28	0.19	
第4主成分	0.039	0.39%	99.56%	0.72	-0.68	0.13	-0.05	0.03	0.01	0.01	0.13	0.15	-0.05	
第5主成分	0.019	0.19%	99.75%	0.02	-0.01	-0.29	0.57	-0.46	0.22	-0.06	0.38	-0.47	0.16	
第6主成分	0.011	0.11%	99.86%	0.12	-0.08	-0.13	-0.20	0.01	0.28	0.68	-0.47	-0.26	0.09	
第7主成分	0.008	0.08%	99.94%	-0.07	0.14	0.55	-0.48	-0.34	0.20	-0.11	0.17	-0.34	0.40	
第8主成分	0.004	0.04%	99.98%	0.16	-0.11	-0.19	0.00	0.48	0.06	-0.36	-0.36	-0.14	0.62	
第9主成分	0.001	0.01%	99.99%	-0.08	0.06	-0.30	-0.31	0.47	0.52	-0.09	0.31	-0.37	-0.34	
第10主成分	0.001	0.01%	100.00%	0.14	-0.19	-0.13	0.09	-0.04	0.83	-0.49	-0.39	0.28	0.18	
合計	9.932	100.00%												

↑
主成分の情報量

ごく大雑把に捉えると、「どういう主成分（ファクター）か」を表すのが固有ベクトル、「どれだけ説明できるか（情報量の大きさ）」を表すのが固有値、といったニュアンスです。

● ファクターの決定

固有値でみてゆくと、第1主成分（ファクター1:F1）の寄与率が92.89%（=9.226/9.932）、第2主成分（ファクター2:F2）の寄与率が4.80%（=0.477/9.932）、第3主成分（ファクター3:F3）の寄与率が1.47%（=0.146/9.932）であり、第3主成分までで約99%説明できます。第4主成分以下は、寄与率が1%未満と非常に小さいので無視します。

● ファクターの解釈

- ファクター1(F1) どのスポット・レートに対しても、固有ベクトルはほぼ同じ値…イールド・カーブの変化は各年限とも同方向 →シフト
- ファクター2(F2) 固有ベクトルは短期に対しては大きく正の値、長期に対しては小さく負の値…イールド・カーブの変化は短期と長期で逆 →ツイスト
- ファクター3(F3) 固有ベクトルは短期と長期に対しては正の値、中期に対しては負の値…イールド・カーブの変化は短期と長期が同方向の動き・中期は逆の動き →バタフライ（カーベチャー）

● ファクターモデル（ファクターの係数:b）

アナリスト試験では、イールド・カーブの変化についてファクターモデルの形で与えられることがあります。この場合、各ファクターの係数は、①主成分分析によりファクターを特定した上で重回帰分析を行う、②主成分分析結果から主成分負荷量（構造係数）として計算する（*各ファクターは平均0.0、分散1.0、各ファクター間の相関0.0）、というパターンがあります。

$$\text{主成分負荷量} = \sqrt{\text{固有値}} \times \text{固有ベクトル}$$

債券ポートフォリオ戦略 1

				固有ベクトル: w			主成分負荷量: b			
	固有値	寄与率	累積寄与率	変数	第1主成分	第2主成分	第3主成分	第1主成分	第2主成分	第3主成分
第1主成分	9.226	92.89%	92.89%	1年	0.11	0.43	0.47	0.334	0.297	0.180
第2主成分	0.477	4.80%	97.69%	2年	0.29	0.41	0.46	0.881	0.283	0.176
第3主成分	0.146	1.47%	99.16%	3年	0.35	0.34	-0.45	1.063	0.235	-0.172
第4主成分	0.039	0.39%	99.56%	4年	0.36	0.21	-0.35	1.093	0.145	-0.134
第5主成分	0.019	0.19%	99.75%	5年	0.37	0.05	-0.28	1.124	0.035	-0.107
第6主成分	0.011	0.11%	99.86%	6年	0.36	-0.12	-0.13	1.093	-0.083	-0.050
第7主成分	0.008	0.08%	99.94%	7年	0.34	-0.18	0.02	1.033	-0.124	0.008
第8主成分	0.004	0.04%	99.98%	8年	0.32	-0.29	0.16	0.972	-0.200	0.061
第9主成分	0.001	0.01%	99.99%	9年	0.34	-0.38	0.28	1.033	-0.262	0.107
第10主成分	0.001	0.01%	100.00%	10年	0.28	-0.39	0.19	0.850	-0.269	0.073
合計	9.932	100.00%								

e.g.) 1年物スポット・レート (Δr_1) に対する第1主成分の主成分負荷量は,

$$b_{11} = \sqrt{9.226} \times 0.11 \approx 0.334$$

各期間のスポット・レートの変化は以下の式で表すことができます。

$$1\text{年物スポットレートの変化: } \Delta r_1 = b_{11} \cdot F1 + b_{21} \cdot F2 + b_{31} \cdot F3$$

$$2\text{年物スポットレートの変化: } \Delta r_2 = b_{12} \cdot F1 + b_{22} \cdot F2 + b_{32} \cdot F3$$

⋮

各期間のスポット・レートの変化は以下のように計算できます。

$$\Delta r_1 = 0.334 \times F1 + 0.297 \times F2 + 0.180 \times F3$$

$$\Delta r_2 = 0.881 \times F1 + 0.283 \times F2 + 0.176 \times F3$$

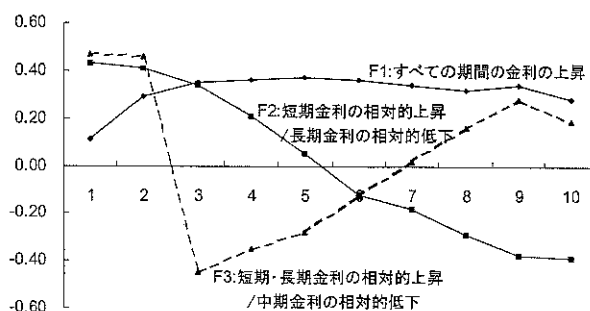
⋮

$$\Delta r_7 = 1.033 \times F1 - 0.124 \times F2 + 0.008 \times F3$$

⋮

- 固有ベクトルは符号が逆でも数学的意義は同じです。これらが示唆する変化は、第1主成分: 「シフト」、第2主成分: 「ツイスト」、第3主成分: 「バタフライ」、です。
- この主成分分析結果 (固有ベクトルの符号) から、各ファクターの変化に伴うイールド・カーブの変化は以下になります。

	各ファクターの変化の方向	
	プラス	マイナス
ファクター1 (F1)	上方シフト	下方シフト
ファクター2 (F2)	フラットニング・ツイスト	スティーピング・ツイスト
ファクター3 (F3)	ポジティブ・バタフライ	ネガティブ・バタフライ



5 イールド・カーブ形状変化の原因

(cf. 平成 23 年第 1 時限第 2 問 問 1~問 4)

協会通信テキストによれば、確率過程を使って t 年物スポット・レートは以下のように示されるとしています (第 2 次レベル・第 3 回: 債券ポートフォリオ戦略 p.33~36)。

$$r_{0,t} = r_f + D_t(\alpha_t + \lambda) - \frac{1}{2} BC_t \sigma_t^2$$

$$= \underbrace{r_f + \alpha_t D_t}_{\text{①金利水準と変化の予想}} + \underbrace{\lambda D_t}_{\text{②リスク・プレミアム}} - \underbrace{\frac{1}{2} BC_t \sigma_t^2}_{\text{③コンベクシティ効果}}$$

ただし、 $r_{0,t}$: t 年物スポット・レート、 r_f : 次の瞬間までの (極短期間の) 無リスク利子率、 D_t : t 年物割引債の修正デュレーション、 α_t : t 年物スポット・レートの変動幅の期待値、 λ : 修正デュレーション 1 単位当たりのリスク・プレミアム、 BC_t : t 年物割引債のコンベクシティ、 σ_t : t 年物スポット・レートの変動幅のボラティリティ。

(1) 年限の長期化に伴って、イールド・カーブが右上がりになるか右下がり (リバース) になるかは、以下の要因の強弱による。

- a) ①将来の金利の変動と②リスク・プレミアムの大きさ
- b) ③金利ボラティリティ

(2) イールド・カーブ形状変化の原因

- a) 傾きを急にすること
 - ① 将来金利の上昇予想 ($\alpha_t \uparrow$)
 - ② リスク・プレミアムの上昇 ($\lambda \uparrow$)
- b) 曲率上昇の原因
 - ① 将来のイールド・カーブがフラット化するという予想 ($\alpha_t < \alpha_{t-1}$)
 - ② 金利ボラティリティの上昇 ($\sigma_t \uparrow$)
 - ③ リスク・プレミアムの曲率の上昇