

講義録レポート

講義録コード

11-11-1-101-03

講 座	証券アナリスト	科目①	証券分析
目標年	2011年合格目標	科目②	
コース	1 次対策・基本講義	回 数	3 回
用 途	☒ 個別DVD ・ ☒ テーブルレクチャー ・ ☐ 集合DVD ☒ WEB ・ ☐ 衛星 ・ ☒ カセット通信 ・ ☒ DVD通信 ・ ☐ 資料通信		

収録日	2010 年 8 月 3 日		
講師名	山岡 先生	講義録 枚数	12 枚 ※レポート 含まず
		補助レジュメ 枚数	10 枚 サイズ (A4)

講義構成	講義 (72) 分 → 休憩 (10) 分 → 講義 (75) 分
使用教材	① 基本テキスト P. 59 ~ P. 75 ② 問題集 P. ~ P. ③ 例題集 P. ~ P. ④
配布物	有 ☒ 無 ☐ ① ② ③
正誤表	有 ☒ 無 ☐ 枚
備考	

TAC証券アナリスト講座

証券アナリスト講義録

科目

証券分析

コース

1次対策
基本講義

回数

3

配布物

★ミニテスト：あり []

なし

★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説

★実力テスト：あり []

なし

★その他のレジュメ []

◇配布物なし

講師

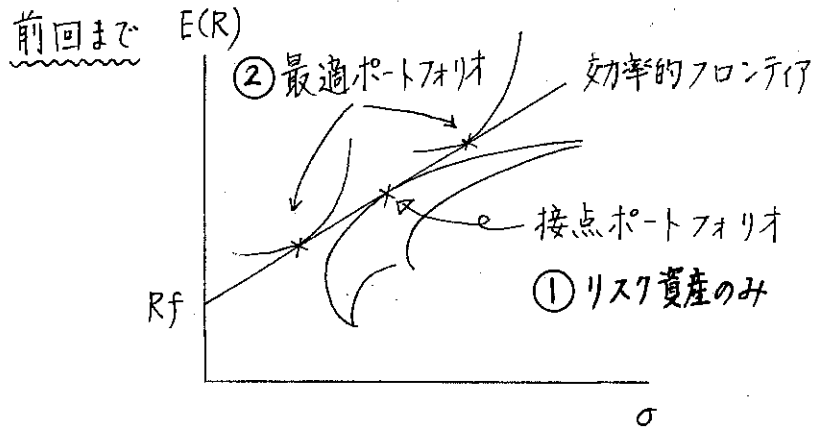
山岡

先生

テキスト
ページ

黒 板 内 容

2 - 3 資本資産評価モデル (CAPM)



①と②は独立に決まる (分離定理)

※ 投資収益率

平均値 (算術 幾何)

基本統計量 (5つ)

$$(\text{標準化}) z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

ポートフォリオのリスクとリターン
(2証券)

市場全体に拡張

--- 一般化

仮定 1 ~ 6

(テキスト P. 59 ~ 60)

証券アナリスト講義録

科目

証券分析

コース

1次対策
基本講義

回数

3

配布物

★ミニテスト：あり []
★実力テスト：あり []
◇配布物なし

なし

なし

★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説
★その他のレジュメ []

講師

山岡

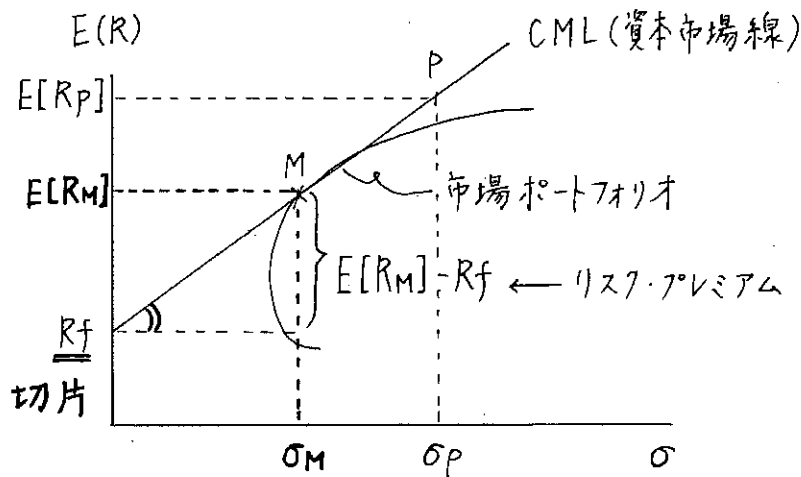
先生

テキスト
ページ

黒 板 内 容

すべてのリスク資産と無リスク資産

→ 市場均衡



市場ポートフォリオ

- 市場に存在するすべてのリスク資産の時価加重ポートフォリオ
- リスク資産と安全資産が存在する場合のリスク資産のみで構成される唯一の効率的ポートフォリオ

証券アナリスト講義録

科目

証券分析

コース

1次対策
基本講義

回数

3

配布物

★ミニテスト：あり [] なし
★実力テスト：あり [] なし
◇配布物なし

★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説
★その他のレジュメ []

講師

山岡

先生

テキスト
ページ

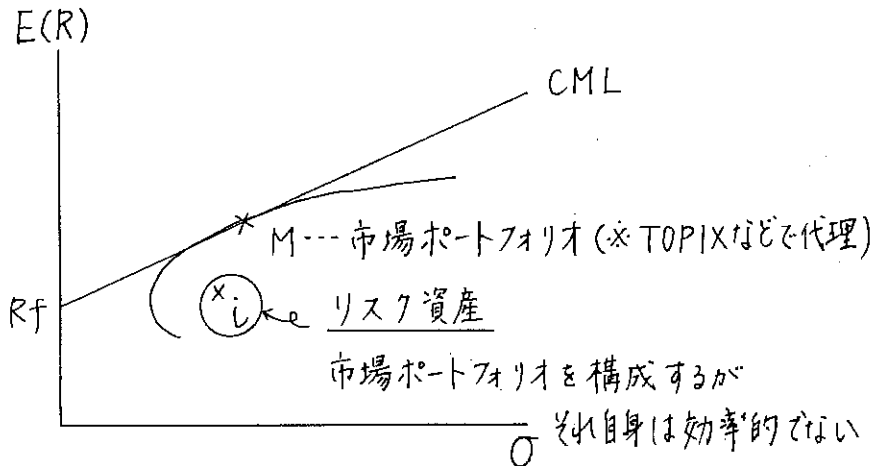
黒 板 内 容

CML 傾き : $\frac{E[R_M] - R_f}{\sigma_M}$ --- リスクの市場価格

切片 : R_f --- 時間の市場価格

ポートフォリオ P の期待リターン

$$E[R_p] = \underbrace{\frac{E[R_M] - R_f}{\sigma_M}}_{\text{傾き}} \times \sigma_p + \underbrace{R_f}_{\text{切片}}$$



証券アナリスト講義録	科目	証券分析	コース	1次対策 基本講義	回数	3
------------	----	------	-----	--------------	----	---

配布物	★ミニテスト：あり [] なし ★実力テスト：あり [] なし ◇配布物なし	★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説 ★その他のレジュメ []	講師	山岡 先生
-----	--	--------------------------------------	----	-------

テキスト ページ	黒 板 内 容
	個別銘柄<i>i</i>の期待収益率 リスクの限界的寄与 $E[R_i] = \frac{E[R_M] - R_f}{\sigma_M} \times \left(\frac{\text{Cov}_{i,M}}{\sigma_M} \right) + R_f$ $\frac{\text{Cov}_{i,M}}{\sigma_M^2} = \beta_i$ (ベータの定義) $E[R_i] = (E[R_M] - R_f) \times \beta_i + R_f \leftarrow \text{CAPM}$ ベータ (β) --- レジュメ P.5 参照 ・ リスクの指標 --- 市場ポートフォリオに対する 個別銘柄<i>i</i>の期待収益率の 感応度 ベータ(大) → 市場ポートフォリオの収益率の 変化に対してより大きく振れる --- リスク(大)

証券アナリスト講義録	科目	証券分析	コース	1次対策 基本講義	回数	3
------------	----	------	-----	--------------	----	---

配布物	★ミニテスト：あり [] なし ★実力テスト：あり [] なし ◇配布物なし	★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説 ★その他のレジュメ []	講師	山岡 先生
-----	--	--------------------------------------	----	-------

テキスト ページ	黒 板 内 容
	$\beta_i = \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M^2} = \frac{P_{i,M} \sigma_i \sigma_M}{\sigma_M^2} = \frac{P_{i,M} \times \sigma_i}{\sigma_M}$ ※ $P_{i,M} = \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_i \sigma_M} \iff Cov_{i,M} = P_{i,M} \sigma_i \sigma_M$ 市場ポートフォリオのベータは定義より $\beta_M = 1$ ポートフォリオのベータは投資比率加重平均 2証券(A,B) $\beta_P = \underbrace{W_A \times \beta_A + W_B \times \beta_B}_{\text{加重平均}}$ 証券市場線 (SML) リスクリートン トレードオフの関係

証券アナリスト講義録

科目

証券分析

コース

1次対策
基本講義

回数

3

配布物

★ミニテスト：あり []

なし

★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説

講師

山岡

先生

★実力テスト：あり []

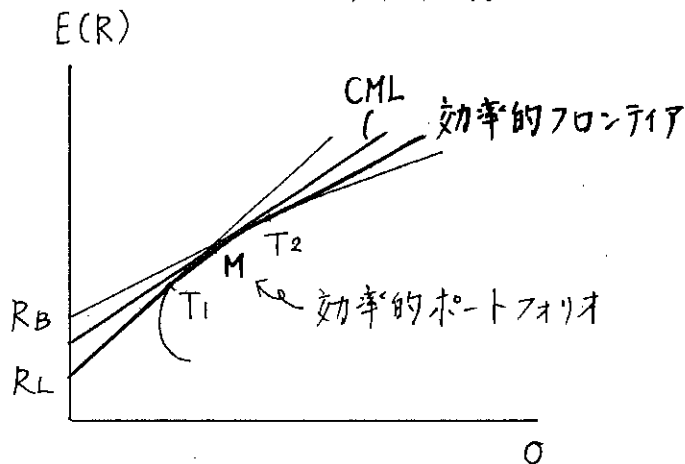
なし

★その他のレジュメ []

◇配布物なし

テキスト
ページ

黒 板 内 容

※ ゼロベータ CAPM (レジュメ P.3
テキスト P.62~63) 参照

※ 例題集 P33 H20 春 才3 問 (I)

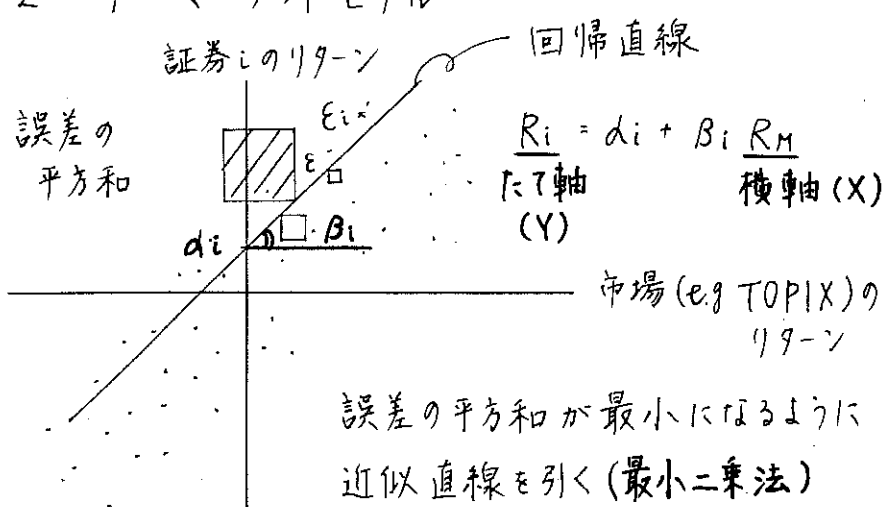
問1 Y社: $7\% = 1.0 \times ((E[R_M] - 2\%) + 2\%)$
 リスクプレミアム 5%

$$E[R_y] = \beta_y \times (E[R_M] - R_f) + R_f \quad \text{CAPM}$$

$$\begin{aligned} \text{X社: } E[R_x] &= 1.2 \times (7\% - 2\%) + 2\% \\ &= 8\% \quad \rightarrow \text{C} \end{aligned}$$

証券アナリスト講義録	科目 証券分析	コース 1次対策 基本講義	回数 3
------------	---------	------------------	------

配布物	★ミニテスト：あり [] なし ★実力テスト：あり [] なし ◇配布物なし	★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説 ★その他のレジュメ []	講師 山岡 先生
-----	--	--------------------------------------	----------

テキスト ページ	黒板内容
	2-4 マーケットモデル  誤差の平方和が最小になるように 近似直線を引く (最小二乗法) $R_i = \alpha_i + \beta_i R_M$ ← 市場(M)のリターンで 被説明変数 説明変数 銘柄(i)のリターンを説明 実際の観測データは --- $R_i = \underbrace{\alpha_i}_{\text{市場要因}} + \underbrace{\beta_i R_M}_{\text{市場要因}} + \underbrace{\varepsilon_i}_{\text{誤差}} \quad \text{マーケットモデル}$ 非市場要因 モデルの前提は テキスト P.70~71

証券アナリスト講義録	科目 証券分析	コース 1次対策 基本講義	回数 3
------------	------------	---------------------	---------

配布物	★ミニテスト：あり [] なし	★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説	講師	山岡 先生
	★実力テスト：あり [] なし	★その他のレジュメ []		
	◇配布物なし			

テキスト
ページ

黒板内容

リスクの分解 (導出はテキスト p.71)

$$\underbrace{\sigma_i^2}_{\text{総リスク}} = \underbrace{\beta_i^2 \sigma_M^2}_{\substack{\text{市場と連動} \\ \uparrow \\ \text{市場リスク} \\ (\text{システムティック・リスク})}} + \underbrace{\sigma_{\varepsilon i}^2}_{\substack{\text{証券}i\text{に固有の変動} \\ \uparrow \\ \text{非市場リスク} \\ (\text{アンシステムティック・リスク})}}$$

誤差の変動の分散

※ ポートフォリオで考えると---

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon p}^2$$

総リスクに占める市場リスクの割合をみたい---

→ 両辺を総リスク σ_p^2 で割ればよい

※ ε イpsilon (ローマ字で e)

証券アナリスト講義録	科目 証券分析	コース 1次対策 基本講義	回数 3
------------	---------	------------------	------

配布物	★ミニテスト：あり [] なし ★実力テスト：あり [] なし ◇配布物なし	★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説 ★その他のレジュメ []	講師 山岡 先生
-----	--	--------------------------------------	----------

テキスト ページ	黒 板 内 容
	$\frac{\sigma_P^2}{\sigma_P^2} = 1 = \frac{\beta_P^2 \sigma_M^2}{\sigma_P^2} + \frac{\sigma_{\varepsilon P}^2}{\sigma_P^2}$ $1 = \frac{\left(\frac{P.P.M \cancel{\sigma_P}}{\cancel{\sigma_M}}\right)^2 \times \cancel{\sigma_M}^2}{\sigma_P^2} + \frac{\sigma_{\varepsilon P}^2}{\sigma_P^2}$ $1 = P.P.M^2 + \frac{\sigma_{\varepsilon P}^2}{\sigma_P^2}$ $= \boxed{R^2} + \frac{\sigma_{\varepsilon P}^2}{\sigma_P^2}$ R^2 : 決定係数 $\{R^2 : 0 \leq R^2 \leq +1\}$ ○ モデルの説明力 --- 説明変数 (R_M) で被説明変数 (R_P) を説明できる割合 → <u>1に近いほど説明力が高い</u> ○ ポートフォリオの分散度 → <u>1に近いほど分散度が高い</u>

証券アナリスト講義録	科目	証券分析	コース	1次対策 基本講義	回数	3
------------	----	------	-----	--------------	----	---

配布物	★ミニテスト：あり [] なし ★実力テスト：あり [] なし ◇配布物なし	★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説 ★その他のレジュメ []	講師	山岡 先生
-----	--	--------------------------------------	----	-------

テキスト ページ	黒 板 内 容
	分散投資の効果 (テキスト p.73 ~ 75) <u>N個の銘柄</u>に均等投資した場合 (投資比率は $\frac{1}{N}$) $\sigma_p^2 = \underbrace{\beta_p^2 \sigma_M^2}_{\text{市場リスク}} + \underbrace{\frac{1}{N} \sigma_{ep}^2}_{\text{非市場リスク}} \quad \text{平均}$ 市場リスク --- 消去不可能 非市場リスク --- 銘柄数を増やすことにより 消去可能 (→ レジュメ p.8)

証券アナリスト講義録

科目

証券分析

コース

1次対策
基本講義

回数

3

配布物

★ミニテスト：あり []

なし

★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説

講師

山岡

先生

★実力テスト：あり []

なし

★その他のレジュメ []

◇配布物なし

テキスト
ページ

黒 板 内 容

例題集 P.10 H19(秋) 第6問 (TV)

問1, 問2, 問4, 問5 やってみて下さい

73ページ

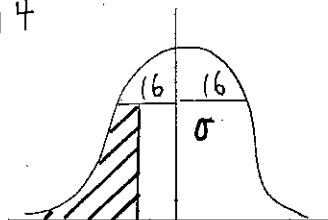
※ P.11 問4 上から2行目 ~ 31ページ問1 $16^2 = 1.1^2 \times 14^2 + \sigma_\varepsilon^2$ ← リスクの分解

$$1 = \frac{1.1^2 \times 14^2}{16^2} + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{16^2}$$

 ≈ 0.926 $\approx 7.4\% \rightarrow \textcircled{A}$

$$\text{問2 } \beta_Y = \frac{\rho_{YM} \times \sigma_Y}{\sigma_M} \quad \rho_{YM} = \frac{\beta_Y \times \sigma_M}{\sigma_Y} = \frac{1.1 \times 14}{16} = 0.9625 \textcircled{E}$$

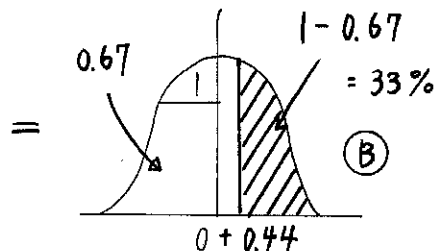
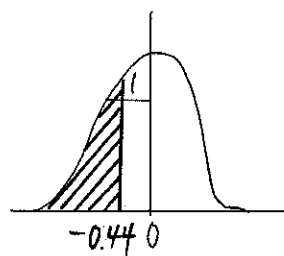
問4



$$\begin{array}{cc} 0\% & 7\% \\ x & \mu \end{array}$$

$$\text{標準化 } Z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{0\% - 7\%}{16\%}$$

$$= -0.4375 \approx -0.44$$



証券アナリスト講義録	科目	証券分析	コース	1次対策 基本講義	回数	3
------------	----	------	-----	--------------	----	---

配布物	★ミニテスト：あり [] なし ★実力テスト：あり [] なし ◇配布物なし	★答 練：問題用紙・解答用紙・解答解説 ★その他のレジュメ []	講師	山岡 先生
-----	--	--------------------------------------	----	-------

テキスト ページ	黒 板 内 容																																																																								
	P.73 標準正規分布表 <table border="1"> <tr> <td></td> <td>.00</td> <td>.01</td> <td>.02</td> <td>.03</td> <td>.04</td> <td>.05</td> <td>--- ← 小数点2位</td> </tr> <tr> <td>小</td> <td>.0</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>数</td> <td>.1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>点</td> <td>.2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>一</td> <td>.3</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>位</td> <td>.4</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>.6700</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>ま</td> <td>.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>で</td> <td>.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> 問5 $\sigma_p = \sqrt{W_y^2 \sigma_y^2 + W_F^2 \sigma_F^2 + 2W_y W_F \rho_{yF} \sigma_y \sigma_F}$ $= \sqrt{W_y^2 \sigma_y^2} = 0.6 \times 16 = 9.6\% \text{ ㉠}$		.00	.01	.02	.03	.04	.05	--- ← 小数点2位	小	.0							数	.1							点	.2							一	.3							位	.4				.6700			ま	.							で	.								.						
	.00	.01	.02	.03	.04	.05	--- ← 小数点2位																																																																		
小	.0																																																																								
数	.1																																																																								
点	.2																																																																								
一	.3																																																																								
位	.4				.6700																																																																				
ま	.																																																																								
で	.																																																																								
	.																																																																								

1. 資本市場理論

～ CAPM（資本資産評価モデル）～

すべての投資家が、これまでみてきたポートフォリオ選択理論（レジュメ MPTⅠ）に従って投資行動を行った場合、リスク資産はどのように価格形成されるのでしょうか？

〔仮定〕

1. すべての投資家はプライステイカー^(注)であり、期待効用最大化を目的として行動する。
2. 資本市場は完全競争市場であり、資産は完全に分割可能かつ取引コスト、税金はかからない（完全競争市場）。
3. すべての投資家は同一の利子率（無リスク利子率 R_f ）で資金の貸借が可能である。
4. すべての投資家はリスク回避的で、資産の収益率の期待値、標準偏差、および共分散に関する予想は同一である。

この仮定 3,4 により、効率的フロンティア・接点ポートフォリオは、すべての投資家に共通のものとなります。したがって、すべての投資家はリスク資産のみから構成されるポートフォリオについては、ただ一種類の接点ポートフォリオを選択します。この接点ポートフォリオは市場の均衡状態（すべての証券について需要量と供給量が等しい状態）において、市場に存在するすべてのリスク資産（ n 個）を含み、その時価総額加重平均で構成されます。

$$w_i = \frac{P_i Q_i}{\sum_{i=1}^n P_i Q_i}$$

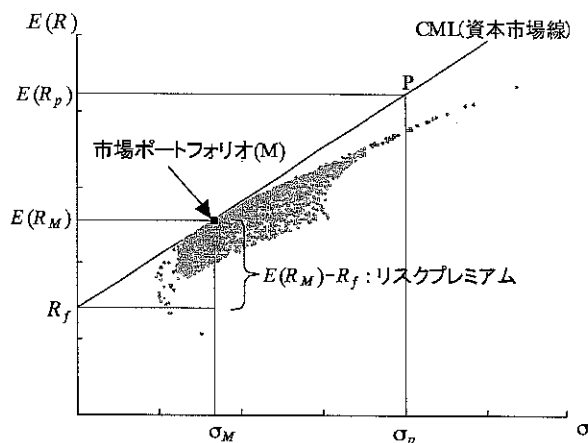
ただし、 w_i : リスク資産 i の構成比、 P_i : リスク資産 i の時価、 Q_i : リスク資産 i の数量。

こうした性格を備えたポートフォリオを、「市場ポートフォリオ（M ; Market Portfolio）」と呼びます。

(注) ミクロ経済学では一般に市場には多数の売り手と買い手が存在するために、個々の経済主体は財の価格を勝手に決めることはできず、財の価格は市場全体の需給関係によって決定されると想定しています。すなわち需要者、供給者はすべて市場で決定された価格を所与のもの（あらかじめ与えられた値）として行動するとみます。このような経済主体を価格受容者（プライステイカー）と呼んでいます。また、すべての経済主体がプライステイカーであるような競争状態を完全競争といい、そのような状態にある市場を競争市場といっています。このケースだと、すべての投資家の取引は、そのときの市場価格に影響を及ぼすほど大きくない、ということを示唆しています。

(1) 資本市場線 (CML; Capital Market Line)

こうした仮定を前提とした場合、均衡状態における効率的フロンティアを資本市場線 (CML) と呼びます。



ただし、 $E[R_M]$:市場ポートフォリオの期待収益率、 σ_M :市場ポートフォリオの収益率の標準偏差、 $E[R_M] - R_f$:市場ポートフォリオのリスク・プレミアム。

※) 市場ポートフォリオは一定のリスク σ_M を負担しています。リスク・プレミアムはこの負担したリスクに対する対価と考えることができます。

CMLは...

$$\text{傾き: } \frac{E[R_M] - R_f}{\sigma_M}, \quad \text{切片: } R_f \text{ (無リスク利子率)}$$

の一次式 (直線) であり、CML上の「ある効率的ポートフォリオ(p)」の期待収益率 ($E[R_p]$) はCMLを使って以下のように表すことができます。

$$E[R_p] = \underbrace{\frac{E[R_M] - R_f}{\sigma_M}}_{\text{リスクの市場価格}} \cdot \sigma_p + \underbrace{R_f}_{\text{時間の市場価格}}$$

※) 無リスク利子率

安全資産 (無リスク資産) の収益率で、「リスクフリー・レート」、「無リスク金利」、「リスクフリー金利」などさまざまな名称が使われます。証券アナリスト試験でも過去にさまざまな名称が使われてきましたが、通信教育プログラム改定後、1次レベルではここ数年「リスクフリー・レート」で統一されているようです。またいつ変わるかわかりませんが、

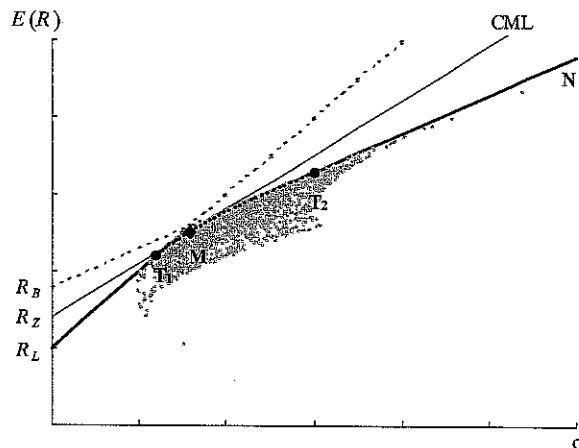
※) ゼロベータCAPM (平成20年(春)第6問(1)問2)

問2 平均分散アプローチに基づくポートフォリオ理論に関する次の記述のうち、正しくないものはどれですか。

- A リスクの分散効果が最大に発揮される場合には、リスクをゼロにすることもできる。
- B 安全資産が投資可能な場合、効率的な危険資産ポートフォリオをどう作るかは投資家のリスク回避度に依存しない。
- C ポートフォリオに組み込む資産の数を増やしていけば、一般的にポートフォリオ全体のリスクとリターンの実現可能な領域は拡大していく。
- D 市場の均衡状態においてマーケット・ポートフォリオが効率的ポートフォリオであるためには、安全資産に投資可能であることが必要である。

正解：(正しくないもの) D

実際には借入利率と貸出利率とは異なり、借入金利の方が貸出金利よりも高くなっているでしょう。こういった場合、市場の均衡状態は以下ようになります。



R_B :借入利率, R_L :貸出利率, M:市場ポートフォリオ.

CMLは...

Mから双曲線に引いた接線がCMLであり、切片を R_Z とします。このとき、 $R_L \sim T_1 \sim M \sim T_2 \sim N$ が効率的フロンティアとなります。つまり、安全資産の有無にかかわらず、市場の均衡状態において市場ポートフォリオは効率的ポートフォリオになります(ゼロベータCAPM)。

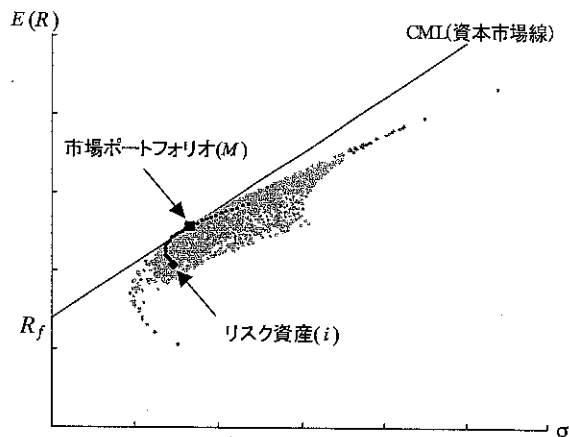
リスク回避度	ポートフォリオ
High	$R_L \sim T_1$: 貸付け(利率 R_L) + 接点ポートフォリオ T_1
Mid	$T_1 \sim M \sim T_2$
Low	$T_2 \sim N$: 自己資金 + 借入れ(利率 R_B) → すべて接点ポートフォリオ T_2 へ投資

リスク資産ポートフォリオに関しては、すべての投資家は双曲線 $T_1 \sim T_2$ からリスク資産ポートフォリオを選びますが、これは T_1, T_2 の組合せなので、効率的ポートフォリオであることが保証されます(二基金分離定理)。

(2) 証券市場線 (SML; Securities Market Line)

次に以下のグラフにおける i のような資産を考えます。

- ・資産 i はリスク資産
- ・資産 i は市場ポートフォリオを構成している
- ・資産 i 自体は効率的でない



つまり、市場ポートフォリオを構成するが、それ自体は効率的ではない資産 i を評価しようというわけです。導出は省略しますが(一ご参考)、CML の σ_p を「リスクの限界的寄与」 $\frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M}$

(追加的なリスク 1 単位当たりのリターンの増分) に置き換え、

$$\begin{aligned} E[R_i] &= \frac{E[R_M] - R_f}{\sigma_M} \cdot \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M} + R_f \\ &= (E[R_M] - R_f) \cdot \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M^2} + R_f \end{aligned}$$

ここで、 $\frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M^2} = \beta_i$ (ベータ) と定義すると、

$$\begin{aligned} E[R_i] &= (E[R_M] - R_f) \cdot \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M^2} + R_f \\ &= (E[R_M] - R_f) \beta_i + R_f \end{aligned}$$

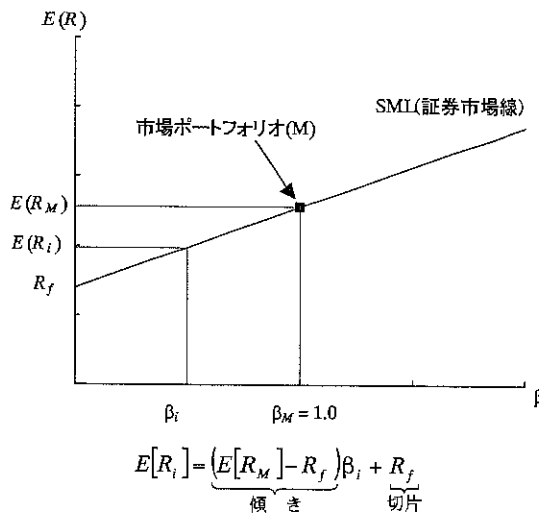
と CAPM (資本資産評価モデル) が導かれます。

CAPM (Capital Asset Pricing Model)

$$E[R_i] = (E[R_M] - R_f) \beta_i + R_f$$

ただし、 $E[R_i]$: 資産 i の期待収益率、 $E[R_M]$: 市場ポートフォリオの期待収益率、 R_f : 無リスク利子率、 β_i : 対市場ベータ。

- β_i は市場ポートフォリオに対する資産 i の期待収益率の感応度、つまり大雑把には市場ポートフォリオの期待収益率が 1% 変化した場合に、資産 i の期待収益率がどれだけ変化するかを測る指標で、「ベータ」、「ベータ値」、「ベータ・リスク」などと呼ばれています。
- ベータの定義は、 $\beta_i = \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M^2} = \frac{\rho_{i,M} \sigma_i \sigma_M}{\sigma_M^2} = \frac{\rho_{i,M} \sigma_i}{\sigma_M}$ です。
- ベータはリスクの指標であり、市場ポートフォリオの収益率が変化した場合、ベータが大きい資産ほど期待収益率は大きく変化します。また、市場ポートフォリオのベータ (β_M) はその定義から 1.0 です。
- $E[R_M] - R_f$ は市場ポートフォリオの無リスク利子率に対するリスク・プレミアムです。
- 市場ポートフォリオは、均衡状態において市場に存在するすべてのリスク資産を含み、その時価総額加重平均で構成されるということになりますが、実際にはこうしたポートフォリオを観測することは不可能です。そこで、CAPM の現実の適用には、市場ポートフォリオを TOPIX (東証株価指数) といった特定のインデックスに代理させて考える場合があります (代理市場ポートフォリオ)。
- ベータと期待収益率の関係を示したものが以下のグラフであり、証券市場線 (SML) と呼ばれます。SML は傾き: $E[R_M] - R_f$ (市場ポートフォリオのリスク・プレミアム)、切片: R_f (無リスク利子率) の直線で描かれます。

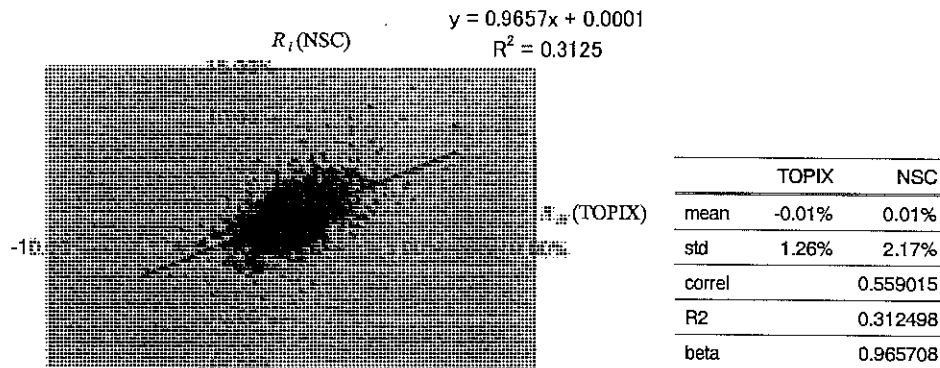


- ポートフォリオのベータ β_p は各証券への投資比率の加重平均となります。

$$\begin{aligned} \beta_p &= \frac{Cov(R_p, R_M)}{\sigma_M^2} = \frac{Cov(w_1 R_1 + w_2 R_2 + \dots + w_n R_n, R_M)}{\sigma_M^2} = \frac{w_1 Cov(R_1, R_M) + w_2 Cov(R_2, R_M) + \dots + w_n Cov(R_n, R_M)}{\sigma_M^2} \\ &= \frac{w_1 Cov(R_1, R_M)}{\sigma_M^2} + \frac{w_2 Cov(R_2, R_M)}{\sigma_M^2} + \dots + \frac{w_n Cov(R_n, R_M)}{\sigma_M^2} = w_1 \beta_1 + w_2 \beta_2 + \dots + w_n \beta_n = \sum_{i=1}^n w_i \beta_i \end{aligned}$$

2. マーケット・モデル

資産 i (NSC 社株) の収益率 R_i と市場ポートフォリオの収益率 R_M の関係をグラフにプロットすると、以下のようになります (縦軸: 資産 i の収益率, 横軸: 市場ポートフォリオの収益率)。



一般に資産 i の収益率 (R_i) と市場ポートフォリオ M の収益率 (R_M) の関係について、以下の 1 次式で表すことができます。

マーケット・モデル

$$R_i = \alpha_i + \underbrace{\beta_i R_M}_{\text{市場要因}} + \underbrace{\varepsilon_i}_{\text{非市場要因}}$$

ただし、 R_i : 資産 i のリターン, α_i : 資産 i の固有の超過リターン, β_i : 資産 i の対市場ベータ, R_M : 市場ポートフォリオのリターン, ε_i : 資産 i のリターンの残差。

- マーケット・モデルでは、資産 i の収益率はすべての資産に共通に影響を与える要因と、資産 i に固有の要因の 2 つで決まると考えます。「共通の要因」を市場要因 (システムティック要因)、「固有の要因」を非市場要因 (アンシステムティック要因) と呼びます。
- この 2 つの要因はリスク要因でもあり、資産収益率を変動させる要因として、市場要因と非市場要因の 2 つがあり、これがリスクの源泉となっています。市場要因によるリスクを市場リスク (システムティック・リスク) といい、非市場要因によるリスクを非市場性リスクとか固有リスク (アンシステムティック・リスク) といいます。

マーケット・モデルによるリスクの分解

$$\sigma_i^2 = \underbrace{\beta_i^2 \sigma_M^2}_{\text{市場リスク}} + \underbrace{\sigma_{\varepsilon_i}^2}_{\text{非市場リスク}}$$

ただし、 σ_i : 資産 i のリターンの標準偏差, σ_M : 市場ポートフォリオのリターンの標準偏差, σ_{ε_i} : 資産 i の残差の標準偏差。

- 定義から市場ポートフォリオのベータは 1.0 であり、非市場要因はありません。
- 資産 i の非市場リスク (固有リスク) は分散投資により消去可能ですが、市場リスクをなくすることはできません。

■ 市場リスクの割合 - 両辺を σ_i^2 で割る -

$$1 = \frac{\beta_i^2 \sigma_M^2}{\sigma_i^2} + \frac{\sigma_{ei}^2}{\sigma_i^2} = \rho_{iM}^2 + \frac{\sigma_{ei}^2}{\sigma_i^2} \quad \Leftrightarrow \quad 1 = R^2 + \frac{\sigma_{ei}^2}{\sigma_i^2}$$

ただし, ρ_{iM} : 個別証券 i と市場全体 M の収益率の相関係数, R^2 : 決定係数 $\{R^2 \mid 0 < R^2 < +1\}$.

$$\text{※) } \frac{\beta_i^2 \sigma_M^2}{\sigma_i^2} = \frac{\left(\frac{\rho_{iM} \sigma_i}{\sigma_M} \right)^2 \phi_M^2}{\phi_i^2} = \rho_{iM}^2 = R^2$$

決定係数は $R^2 = 1 - \frac{\sigma_{ei}^2}{\sigma_i^2}$ で定義され, 「総変動」に占める「モデルによって説明される変動」の割合を示します. 0 と +1 の間の値をとり, +1 に近ければ「モデルの説明力が高い」とか「モデルのあてはまり具合がよい」などと評価されます.

マーケット・モデルの場合, 総変動に占める市場リスク (市場と連動する部分) の割合が決定係数となるため, これが +1 に近いほど市場と連動する部分が大きく, 非市場リスク (固有の変動部分) が小さいことを意味します.

なお, ポートフォリオの場合は, 以下のようになります.

$$\underbrace{\sigma_p^2}_{\text{総リスク}} = \underbrace{\beta_p^2 \sigma_M^2}_{\text{市場リスク}} + \underbrace{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_{ei}^2}_{\text{非市場リスク}}$$

σ_p : ポートフォリオ p の収益率の標準偏差, β_p : ポートフォリオ p のベータ, σ_M : 市場全体 M の収益率の標準偏差, w_i : 個別証券 i の投資比率, σ_{ei} : 個別証券 i の残差の標準偏差.

$$1 = \frac{\beta_p^2 \sigma_M^2}{\sigma_p^2} + \frac{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_{ei}^2}{\sigma_p^2} = \rho_{pM}^2 + \frac{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_{ei}^2}{\sigma_p^2} \quad \Leftrightarrow \quad 1 = R^2 + \frac{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_{ei}^2}{\sigma_p^2}$$

十分に分散化されたポートフォリオであれば固有の変動部分が小さく, 決定係数 R^2 は +1 に近い値をとります.

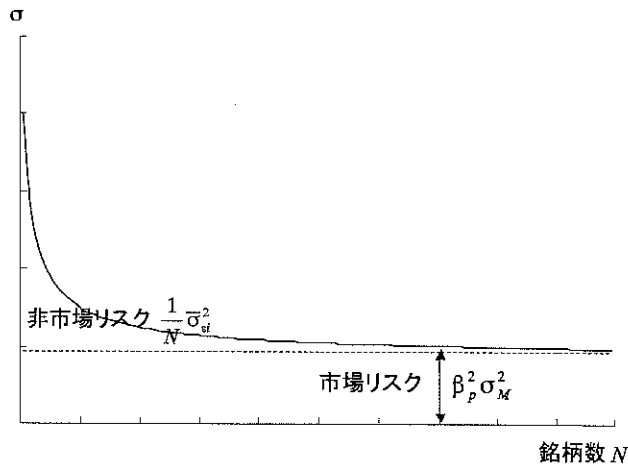
■ 分散投資の効果

N 個の資産に均等割合で投資すると各資産への投資割合は $\frac{1}{N}$

$$\begin{aligned}
 \sigma_p^2 &= \left(\sum_{i=1}^n w_i \beta_i \right)^2 \sigma_M^2 + \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_{ei}^2 \\
 &= \left(\sum_{i=1}^n w_i \beta_i \right)^2 \sigma_M^2 + \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^n \sigma_{ei}^2 \\
 &= \beta_p^2 \sigma_M^2 + \frac{1}{N} \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \sigma_{ei}^2 \quad \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \sigma_{ei}^2 = \bar{\sigma}_{ei}^2 : \sigma_{ei}^2 \text{の平均} \right) \\
 &= \beta_p^2 \sigma_M^2 + \frac{1}{N} \cdot \bar{\sigma}_{ei}^2
 \end{aligned}$$

銘柄数 (N)	総リスク (分散)	市場性リスク	固有リスク (非市場リスク)
20	$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_M^2 + \frac{1}{20} \cdot \bar{\sigma}_{ei}^2$	$\beta_p^2 \sigma_M^2$	$\frac{1}{20} \cdot \bar{\sigma}_{ei}^2$
50	$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_M^2 + \frac{1}{50} \cdot \bar{\sigma}_{ei}^2$	$\beta_p^2 \sigma_M^2$	$\frac{1}{50} \cdot \bar{\sigma}_{ei}^2$
100	$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_M^2 + \frac{1}{100} \cdot \bar{\sigma}_{ei}^2$	$\beta_p^2 \sigma_M^2$	$\frac{1}{100} \cdot \bar{\sigma}_{ei}^2$
⋮			
無限大	$\lim_{N \rightarrow \infty} \left(\beta_p^2 \sigma_M^2 + \frac{1}{N} \bar{\sigma}_{ei}^2 \right) = \beta_p^2 \sigma_M^2$	$\beta_p^2 \sigma_M^2$	限りなく 0 に近づく

ポートフォリオの組み入れ資産の数を増やすことによって、非市場リスク (固有リスク) は低減ないし消去することが可能ですが、市場リスクは消去できません。



(ご参考) CAPM の導出

市場ポートフォリオに占める資産 i の保有比率(w)をほんのわずか(限界的 marginal)に変化させてみます。資産 i の投資比率を w として市場ポートフォリオと資産 i とでポートフォリオ p をつくり、期待収益率と標準偏差の関係をみてみます (p.3 のグラフの太線部分)。

$$\begin{aligned} E[R_p] &= w \cdot E[R_i] + (1-w) \cdot E[R_M] \\ &= w \cdot E[R_i] - w \cdot E[R_M] + E[R_M] \\ \sigma_p &= \sqrt{w^2 \sigma_i^2 + (1-w)^2 \sigma_M^2 + 2w(1-w)Cov_{i,M}} \\ &= \left\{ w^2 \sigma_i^2 + (1-w)^2 \sigma_M^2 + 2w(1-w)Cov_{i,M} \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= (\sigma_p^2)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{CMLの傾き: } & \frac{E[R_M] - R_f}{\sigma_M} \\ &= \frac{dE[R_p]}{d\sigma_p} = \frac{dE[R_p]}{dw} \cdot \frac{dw}{d\sigma_p} \end{aligned}$$

$$\frac{dE[R_p]}{dw} = E[R_i] - E[R_M]$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_p}{dw} &= \frac{d\sigma_p}{d\sigma_p^2} \cdot \frac{d\sigma_p^2}{dw} = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_p^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2w\sigma_i^2 - 2\sigma_M^2 + 2w\sigma_M^2 + 2Cov_{i,M} - 4wCov_{i,M}) \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\sigma_p^2}} \cdot (2w\sigma_i^2 - 2\sigma_M^2 + 2w\sigma_M^2 + 2Cov_{i,M} - 4wCov_{i,M}) \\ &= \frac{1}{2\sigma_p} \cdot (2w\sigma_i^2 - 2\sigma_M^2 + 2w\sigma_M^2 + 2Cov_{i,M} - 4wCov_{i,M}) = \frac{w\sigma_i^2 - \sigma_M^2 + w\sigma_M^2 + Cov_{i,M} - 2wCov_{i,M}}{\sigma_p} \end{aligned}$$

ここで $\lim_{w \rightarrow 0}$ の場合を考えると、これは実は市場ポートフォリオ自身に限りなく近づいてゆき $\sigma_p = \sigma_M$ となります。したがって、 $\sigma_p = \sigma_M$ としてさらに式を展開してゆくと、次のようになります。

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_p}{dw} &= \frac{w\sigma_i^2 - \sigma_M^2 + w\sigma_M^2 + Cov_{i,M} - 2wCov_{i,M}}{\sigma_p} \\ \lim_{w \rightarrow 0} \frac{w\sigma_i^2 - \sigma_M^2 + w\sigma_M^2 + Cov_{i,M} - 2wCov_{i,M}}{\sigma_p} &= \frac{Cov_{i,M} - \sigma_M^2}{\sigma_M} \\ &= \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M} - \sigma_M \\ \Leftrightarrow \sigma_M + \frac{d\sigma_p}{dw} &= \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M} \end{aligned}$$

つまり、市場ポートフォリオにほんのわずかに（限界的に）資産 i の投資比率を変化させた場合、ポートフォリオのリスクは $\frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M}$ となります（リスクの限界的寄与）。

$$\begin{aligned}
 \frac{E[R_M] - R_f}{\sigma_M} &= \frac{dE[R_p]}{d\sigma_p} = \frac{dE[R_p]}{dw} \cdot \frac{dw}{d\sigma_p} \\
 &= (E[R_i] - E[R_M]) \cdot \frac{\sigma_M}{Cov_{i,M} - \sigma_M^2} \\
 E[R_M] - R_f &= (E[R_i] - E[R_M]) \cdot \frac{\sigma_M^2}{Cov_{i,M} - \sigma_M^2} \\
 E[R_i] - E[R_M] &= (E[R_M] - R_f) \cdot \frac{Cov_{i,M} - \sigma_M^2}{\sigma_M^2} = (E[R_M] - R_f) \left(\frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M^2} - 1 \right) \\
 E[R_i] &= (E[R_M] - R_f) \cdot \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M^2} - (E[R_M] - R_f) + E[R_M]
 \end{aligned}$$

ここで、 $\beta_i = \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M^2}$ と定義すると、

$$\begin{aligned}
 E[R_i] &= (E[R_M] - R_f) \cdot \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M^2} - (E[R_M] - R_f) + E[R_M] \\
 &= (E[R_M] - R_f) \beta_i + R_f
 \end{aligned}$$

となり、CAPM が導かれます。