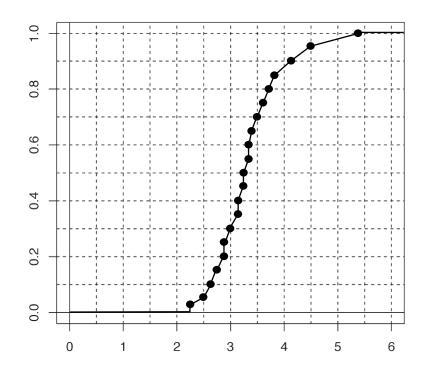
7 問 答案用紙<1> (統 計 学)

問題1

問1 累積相対度数のグラフ



問2

(1)

問3

都道府県別完全失業率の算術平均の近似値 =

3.31

%

算術平均 $= 0.05 \times \frac{2.5 + 2.2}{2} + (0.10 - 0.05) \times \frac{2.6 + 2.5}{2} + (0.15 - 0.10) \times \frac{2.7 + 2.6}{2} + (0.20 - 0.15) \times \frac{2.9 + 2.7}{2}$ $+ (0.25 - 0.20) \times \frac{2.9 + 2.9}{2} + (0.30 - 0.25) \times \frac{3.0 + 2.9}{2} + (0.35 - 0.30) \times \frac{3.1 + 3.0}{2} + (0.40 - 0.35) \times \frac{3.1 + 3.1}{2}$ $+ (0.45 - 0.40) \times \frac{3.2 + 3.1}{2} + (0.50 - 0.45) \times \frac{3.2 + 3.2}{2} + (0.55 - 0.50) \times \frac{3.3 + 3.2}{2} + (0.60 - 0.55) \times \frac{3.3 + 3.3}{2}$ $+ (0.65 - 0.60) \times \frac{3.4 + 3.3}{2} + (0.70 - 0.65) \times \frac{3.5 + 3.4}{2} + (0.75 - 0.70) \times \frac{3.6 + 3.5}{2} + (0.80 - 0.75) \times \frac{3.7 + 3.6}{2}$ $+ (0.85 - 0.80) \times \frac{3.8 + 3.7}{2} + (0.90 - 0.85) \times \frac{4.1 + 3.8}{2} + (0.95 - 0.90) \times \frac{4.5 + 4.1}{2} + (1.00 - 0.95) \times \frac{5.4 + 4.5}{2}$ = 3.31

7 問 答案用紙<2> (統 計 学)

問題2

問1
$$\mu_X =$$
 18

$$\sigma_X^2 =$$
 16

問2
$$\mu_Y = 7.4$$

$$\sigma_Y^2 = 1.44$$

問3
$$\sigma_{XY} =$$
 4.8

$$\rho_{XY} =$$
1

問4
$$\mu_{X+Y} = 25.4$$

$$\sigma_{X+Y}^2 = 27.04$$

7 問 答案用紙<3> (統 計 学)

問題3

問1	平成25年1月のまぐろ(国内)の価格指数 =	153.0	
	平成25年1月のはまち(養殖)の価格指数 =	85.3	
	平成26年1月のまぐろ(国内)の価格指数 =	130.1	
	平成26年1月のはまち(養殖)の価格指数 =	145.3	
問2	平成25年1月のラスパイレス式の価格指数 =	112.1	
	平成26年1月のラスパイレス式の価格指数 =	138.9	
問3	平成25年1月のパーシェ式の価格指数 =	106.4	
	平成26年1月のパーシェ式の価格指数 =	137.8	
問4	平成26年1月の価格指数の伸び率 =	24.0	%

【解答への道】

I 合格ライン

問題 1

記述統計の分野から、累積相対度数のグラフ、ヒストグラムの形状、算術平均の計算に関する出題である。作 図や計算に用いる数値がやや多く、作業が若干煩雑ではあるが、基本的な問題である。素点でみて6~7割程度 の正答率が望まれるであろう。

問題 2

確率の分野から、2つの確率変数を前提とした、期待値・分散、共分散・相関係数の計算に関する出題である。 答練でも繰り返し出題されている基本的な計算問題であり、素点でみて8~9割程度の正答率が望まれる。

問題 3

記述統計の分野から、価格指数の計算に関する出題である。基本的な計算問題であり、素点でみて7割程度の 正答率が望まれる。

TACの答練でも類題を繰り返し出題しており、得点すべき箇所での確実な得点が望まれる。全体として、第7問の合格ラインは、素点でみて7割強程度と考えられる。

Ⅱ 答練との対応関係

問題 1

基礎答練第1回 第1問 問題 1 応用答練第1回 第1問 問題 1

直前答練第2回 第1問 | 問題 1 | 直前答練第4回 第1問 | 問題 1

公開模試第2回 第7問 問題 1

問題 2

基礎答練第1回 第1問 問題 3 直前答練第3回 第1問 問題 3

直前答練第4回 第1問 問題 2 公開模試第1回 第7問 問題 3

問題 3

基礎答練第1回 第1問 問題 2 応用答練第1回 第1問 問題 2

直前答練第2回 第1問 問題 1 直前答練第4回 第1問 問題 1

問題 1

問1 都道府県別完全失業率の累積相対度数のグラフについては、横軸に完全失業率、縦軸に累積相対度数をとった平面に、与えられた表の21組の数値の組合せ(分位点(%)、p)をプロットして、折れ線を描けばよい。なお、完全失業率が2.2%以下の部分は"累積相対度数=0"の水平線、5.4%以上の部分は"累積相対度数=1"の水平線を描く必要がある。

問2 与えられた表のp=0.50のときの分位点(%)を見ることにより、メディアン(中位数)が3.2%であることがわかる。ここで、都道府県は全部で47あるから、メディアンは下から数えて $\frac{47+1}{2}=24$ 番目の値である。選択肢のヒストグラムのうち、メディアンが"3.0%以上3.5%未満"の階級にあると判断できるものは(イ)のみであるから、正答は(イ)と判断できる。

なお、問1 で描いた累積相対度数のグラフを用いることにより、もう少し厳密にヒストグラムの形状を考えることができる。まず、累積相対度数のグラフの傾きが、だんだん大きくなり "3.0%以上3.5%未満"近辺で最大値をとり、その後だんだん小さくなっていることから、ヒストグラムは "3.0%以上3.5%未満"近辺に山の頂がある単峰型のグラフであることがわかる。また、累積相対度数のグラフの傾きについて、2.0%から "3.0%以上3.5%未満"までは比較的急に傾きが大きくなり、その後5.5%まで傾きが緩やかになっていく区間が長く続くことから、ヒストグラムは山の右裾が長くなる分布(右に歪んだ分布)である。これらの条件を満たすヒストグラムは、選択肢のうち(イ)のみである。

┃問3┃ 与えられた表から,最小値から下側0.05点の間に属するデータの平均は,

$$\frac{2.5+2.2}{2}$$
 (=2.35)

となる。つぎに、下側0.05点から下側0.10点の間に属するデータの平均は、

$$\frac{2.6+2.5}{2} \quad (=2.55)$$

となる。同様にして、20区間それぞれの平均を求め、さらに、20区間の平均の(加重)平均を計算することにより、 都道府県別完全失業率の算術平均の近似値を3.31(%)と求めることができる。

(別解)

問題文に与えられている「都道府県別完全失業率(平成27年平均)の分位点」と 問2 (イ)のヒストグラムにより、 都道府県別完全失業率の度数分布表を、つぎのように求めることができる。

階級	階級値	度数
2.0%~2.5%	2.35%	4
2.5%~3.0%	2.75%	12
3.0%~3.5%	3.25%	19
$3.5\% \sim 4.0\%$	3.75%	6
4.0%~4.5%	4.25%	3
4.5%~5.0%	4.75%	2
5.0%~5.5%	5.4%	1

なお,ここで,階級値は,階級の上限と下限の算術平均とするが,最小値が2.2%なので,階級「 $2.0\%\sim2.5\%$ 」の階級値は, $\frac{2.2+2.5}{2}$ =2.35(%)とする。さらに,階級「 $5.0\%\sim5.5\%$ 」には,最大値5.4%の1個しか含まれていないので,この5.4%を階級値とする。

この度数分布表を前提に、 " $\frac{1}{47}$ ×(度数×階級値)の合計"を計算することにより、都道府県別完全失業率の算術平均の近似値を求めることもできる。この場合、計算式と計算結果は、以下のようになる。

$$\frac{1}{47} \times (4 \times 2.35 + 12 \times 2.75 + 19 \times 3.25 + 6 \times 3.75 + 3 \times 4.25 + 2 \times 4.75 + 1 \times 5.4)$$

$$= \frac{1}{47} \times 154.3 = 3.2829 \dots = 3.28 (%) (小数点以下第3位を四捨五入)$$

問題 2

ig| 問 1 まず、企業 A の売上高の期待値(平均値) $\mu_X = E(X)$ は、(確率)imes (売上高)の合計により、

$$\mu_X = E(X) = 0.2 \times 10 + 0.8 \times 20 = 18$$
 (億円)

と求められる。

つぎに、企業Aの売上高の2乗の期待値(平均値) $E(X^2)$ は、(確率) \times (売上高の2乗)の合計により、以下のように計算できる。

$$E(X^2) = 0.2 \times 10^2 + 0.8 \times 20^2 = 340$$
 (億円²)

これらより、企業Aの売上高の分散 $\sigma_X^2 = V(X)$ は、

$$\sigma_{Y}^{2} = V(X) = E(X^{2}) - \{E(X)\}^{2} = 340 - 18^{2} = 16 \text{ (} \text{ (} \text{ (} \text{ \text{ } \text{ }$$

と求められる。

問2 企業Bについても、企業Aと同様に計算することができる。まず、企業Bの売上高の期待値(平均値) $\mu_Y = E(Y)$ は、

$$\mu_Y = E(Y) = 0.2 \times 5 + 0.8 \times 8 = 7.4$$
 (億円)

と求められる。

つぎに、企業Bの売上高の2乗の期待値(平均値) $E(Y^2)$ は、以下のように計算できる。

$$E(Y^2) = 0.2 \times 5^2 + 0.8 \times 8^2 = 56.2$$
 (億円²)

これらより、企業Bの売上高の分散 $\sigma_v^2 = V(Y)$ は、

$$\sigma_Y^2 = V(Y) = E(Y^2) - \{E(Y)\}^2 = 56.2 - 7.4^2 = 1.44 \text{ (} \text{ (} \text{ (} \text{ E} \text{ P}^2\text{)} \text{)}$$

と求められる。

問3 まず、企業Aの売上高と企業Bの売上高の積の期待値E(XY)は、

$$E(XY) = 0.2 \times 10 \times 5 + 0.8 \times 20 \times 8 = 138$$
 (億円²)

と求められる。

したがって、企業Aの売上高と企業Bの売上高の共分散 $\sigma_{XY} = Cov(X,Y)$ は、

$$\sigma_{XY} = Cov(X, Y) = E(XY) - E(X) \times E(Y) = 138 - 18 \times 7.4 = 4.8 \quad (\text{\'e} \ \text{\mathred})^2$$

と求められる。

さらに、企業Aの売上高と企業Bの売上高の相関係数 ρ_{xy} は、

$$\rho_{XY} = \frac{\sigma_{XY}}{\sqrt{\sigma_X^2} \sqrt{\sigma_Y^2}} = \frac{4.8}{\sqrt{16}\sqrt{1.44}} = 1$$

と計算できる(正の完全相関)。

問4 企業Aの売上高と企業Bの売上高の合計の期待値(平均値) $\mu_{X+Y}=E(X+Y)$ および分散 $\sigma_{X+Y}^2=V(X+Y)$ は、それぞれ以下のように求められる。

$$\mu_{X+Y} = E(X+Y) = E(X) + E(Y) = 18 + 7.4 = 25.4 (億円)$$

$$\sigma_{X+Y}^2 = V(X+Y) = V(X) + V(Y) + 2 \times Cov(X,Y) = 16 + 1.44 + 2 \times 4.8 = 27.04 (億円2)$$

問題 3

問1 財が1種類の場合の価格指数は、単純に、比較時点と基準時点の当該財の価格比をもとに考えればよい。 平成22年1月を基準時としたときの、平成25年1月のまぐろ(国内)の価格指数は、平成22年1月のまぐろの単価、 332 (万円)を分母にとり、平成25年1月のまぐろの単価、508 (万円)を分子にとって、さらに、基準時の指数100 を乗じることにより、

平成25年1月のまぐろ(国内)の価格指数=
$$\frac{508}{332} \times 100 = 153.012$$
…

≒153.0 (小数点以下第2位を四捨五入)

と求められる。

また、平成22年1月を基準時としたときの、平成26年1月のまぐろ(国内)の価格指数は、平成22年1月のまぐろの単価、332(万円)を分母にとり、平成26年1月のまぐろの単価、432(万円)を分子にとって、さらに、基準時の指数100を乗じることにより、

平成26年1月のまぐろ(国内)の価格指数= $\frac{432}{332} \times 100 = 130.120$ …

≒130.1 (小数点以下第2位を四捨五入)

と求められる。

平成22年1月を基準時としたときの、はまち(養殖)の価格指数についても、同様にして、

平成25年1月のはまち(養殖)の価格指数 = $\frac{64}{75}$ × 100 = 85.333…

≒85.3 (小数点以下第2位を四捨五入)

平成26年1月のはまち(養殖)の価格指数= $\frac{109}{75}$ ×100=145.333…

≒145.3 (小数点以下第2位を四捨五入)

と求められる。

問2 ラスパイレス式の価格指数は、基準時点の数量を用いて算定される。基準時点と同じ数量の財を比較時点で購入 したとして、分母を基準時点における総支出額、分子を比較時点における総支出額とし、さらに、基準時の指数 100を乗じることにより、3品目総合のラスパイレス式の価格指数は、以下のように計算される。

平成25年1月のラスパイレス式の価格指数= $\frac{508\times228+64\times1338+95\times283}{332\times228+75\times1338+98\times283}\times100=112.052\cdots$

≒112.1 (小数点以下第2位を四捨五入)

平成26年1月のラスパイレス式の価格指数= $\frac{432\times228+109\times1338+137\times283}{332\times228+75\times1338+98\times283}\times100=138.9287\cdots$

≒138.9 (小数点以下第2位を四捨五入)

問3 パーシェ式の価格指数は、比較時点の数量を用いて算定される。比較時点と同じ数量の財を基準時点で購入した として、分母を基準時点における総支出額、分子を比較時点における総支出額とし、さらに、基準時の指数100を 乗じることにより、3品目総合のパーシェ式の価格指数は、以下のように計算される。

平成25年1月のパーシェ式の価格指数= $\frac{508\times176+64\times1501+95\times383}{332\times176+75\times1501+98\times383} \times 100 = 106.385\cdots$

≒106.4 (小数点以下第2位を四捨五入)

平成26年1月のパーシェ式の価格指数 = $\frac{432\times215+109\times841+137\times336}{332\times215+75\times841+98\times336}\times100=137.756\cdots$

≒137.8 (小数点以下第2位を四捨五入)

問4 問2 で求めた2つのラスパイレス式の価格指数の比から1を引くことにより、平成26年1月の価格指数の対前年 同月伸び率が、

平成26年1月の価格指数の伸び率= $\frac{138.928\cdots}{112.052\cdots}$ -1=0.23985…

と計算できる。したがって、求める価格指数の伸び率は、パーセント表示の小数点以下第2位を四捨五入し、24.0% となる。

8問 答案用紙<1> (統 計 学)

問題1

問1

ア	7	ウ
0.0062	11.2	3.32

エ	オ	カ	丰
9.29	13.11	1.29	20

問2

最小限必要なサンプルサイズ =

1068

第**8**問 答案用紙<2> (統 計 学)

問題2

問1 対立仮説

 α_1 , α_2 , α_3 , α_4 のいずれかが0ではない。

問2

1	ウ	エ
分散	正規	無相関(独立)

問3

$$S_A =$$
 232.8

$$S_E =$$
 120.4

問4

(仮説検定の詳細と結論)

検定統計量として, $F=\frac{\frac{S_A}{\phi_A}}{\frac{S_E}{\phi_E}}=\frac{V_A}{V_E}$ をもちいる。この検定統計量

Fは、帰無仮説のもとで、自由度(3、16)のF分布に従うので、有意水準0.05での棄却域はF>3.23…となる。

この検定統計量Fの値は、帰無仮説のもとで、

$$F = \frac{\frac{232.8}{3}}{\frac{120.4}{16}} = 10.31\cdots$$

と求められるため、帰無仮説は棄却される。

第 8 問 答案用紙<3> (統 計 学)

問題3

問1 r = 0.9909

 問2
 予測値=
 57436.117
 残差=
 -1303.117

問3 残差の合計= 0 (-130.8799)

問4 (仮説検定の詳細と結論)

検定統計量として, $T=\frac{\hat{\beta}}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}}$ をもちいる。ただし, $\hat{\beta}$ は β の最小2乗

推定量、 $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}$ は $\hat{\beta}$ の標準誤差をあらわす。この検定統計量Tは、帰無仮説のもとで、自由度8のt分布に従うので、有意水準0.05での棄却域はT>1.860となる。

この検定統計量Tの値は、帰無仮説のもとで、

$$T = \frac{0.1517}{0.0073} = 20.7808 \cdots$$

と求められるため、帰無仮説は棄却される。

問5 (意味と理由)

消費支出の係数は、消費支出に対する食料費の限界性向を示すが、世帯人員も食料費の決定要因である場合、単回帰分析での消費 支出の係数の値には世帯人員の影響も含まれる。一方、重回帰分析 での消費支出の係数は、世帯人員の影響を取り除いた値を示す。

問題文に与えられている単相関係数の値から、世帯人員と食料費の間に正の相関があり、さらに、世帯人員と消費支出の間にも正の相関がある。これらのことより、食料費と消費支出の間の相関の一部が世帯人員の増減の結果から生じているため、消費支出の係数は、世帯人員の影響を含む単回帰分析での0.1517から、世帯人員の影響を固定した重回帰分析での0.1347に低下したと考えられる。

【解答への道】

Ⅰ 合格ライン

問題 1

平均の区間推定,分散の区間推定,および,比率の区間推定についての出題である。正規分布の性質についての出題も含まれている。基本的な内容の問題であり、素点でみて7割から8割程度の正答率が望まれる。

問題 2

一元配置の分散分析についての出題である。検定に関する記述問題も含まれているが、いずれも基本的であり、TACの答練でも類問を出題しているので、素点でみて6割から7割程度の正答率が望まれる。

問題 3

回帰分析についての出題である。単回帰分析と重回帰分析の相違点に関する理解を問う記述問題も含まれているが,全体的には基本的な出題であり、素点でみて6~7割程度の正答率が望まれる。

全体として、第8問の合格ラインは、素点でみて7割弱程度と考えられる。

Ⅱ 答練との対応関係

問題 1

直前答練第2回 第2問 問題 1 □ 公開模試第1回 第8問 問題 2

問題 2

基礎答練第4回 第2問 問題 3

問題 3

直前答練第2回 第2問 問題 3 公開模試第1回 第8問 問題 3

問題 1

ある器具Aの使用開始後初めて故障が発生するまでの年数Xが、平均10年、分散3.62の正規分布に従うとき、この 器具に1年の保証期間が設定されているとすると、保証期間中に最初の故障が発生する確率Pr(X≦1)は、つぎのよう に求められる。なお、Zを標準正規分布に従う確率変数とする。

$$Pr(X \le 1) = Pr\left(\frac{X - 10}{3.6} \le \frac{1 - 10}{3.6}\right) = Pr(Z \le -2.5) = 0.0062$$

新しい製造方法の下で、器具Aの使用開始後初めて故障が発生するまでの年数Yに関する6個のデータから得られ る標本平均を \bar{Y} , 不偏分散を u_v^2 とすると、これらの値は、つぎのように求められる。

$$\overline{Y} = \frac{1}{6} \times (12.5 + 11.5 + 13.2 + 9.5 + 12.0 + 8.5) = 11.2$$

$$\overline{Y} = \frac{1}{6} \times (12.5 + 11.5 + 13.2 + 9.5 + 12.0 + 8.5) = 11.2$$

$$u_Y^2 = \frac{1}{6 - 1} \times \{ (12.5 - 11.2)^2 + (11.5 - 11.2)^2 + (13.2 - 11.2)^2 + (9.5 - 11.2)^2 + (12.0 - 11.2)^2 + (8.5 - 11.2)^2) \} = 3.32$$

標本平均 \bar{Y} は,平均 μ_{Y} ,分散 $\frac{\sigma_{Y}^{2}}{6}$ の正規分布に従うので,母分散 σ_{Y}^{2} を不偏分散 u_{Y}^{2} で推定すると, $\frac{\bar{Y}-\mu_{Y}}{\boxed{u_{Y}^{2}}}$ は自由

度5のt分布に従う。自由度5のt分布の上側2.5%点が2.571であるので、母平均 μ_{Y} に関する信頼係数0.95の信頼区間は、

$$-2.571 \le \frac{\overline{Y} - \mu_{Y}}{\sqrt{\frac{u_{Y}^{2}}{6}}} \le 2.571$$

より,

$$\overline{Y} - 2.571 \times \sqrt{\frac{u_{Y}^{2}}{6}} \leq \mu_{Y} \leq \overline{Y} + 2.571 \times \sqrt{\frac{u_{Y}^{2}}{6}}$$

と示される。この式に、 $ar{Y}=11.2$ 、 $u_Y^2=3.32$ を代入すると、母平均 μ_Y に関する信頼係数0.95の信頼区間の下限と上 限は.

下限=11.2-2.571×
$$\sqrt{\frac{3.32}{6}}$$
=9.28752··· = 9.29
上限=11.2+2.571× $\sqrt{\frac{3.32}{6}}$ =13.11247··· = 13.11

と求められる(小数点以下第3位を四捨五入)。

一方, $\frac{5 \times u_y^2}{\sigma^2}$ は自由度5のカイ2乗分布に従う。自由度5のカイ2乗分布の上側97.5%点は0.83,自由度5のカイ2乗 分布の上側2.5%点は12.83であるので、母分散 σ_y^2 に関する信頼係数0.95の信頼区間は、

$$0.83 \le \frac{5 \times u_{\scriptscriptstyle Y}^2}{\sigma_{\scriptscriptstyle Y}^2} \le 12.83$$

より,

$$\frac{5 \times u_{\scriptscriptstyle Y}^2}{12.83} \le \sigma_{\scriptscriptstyle Y}^2 \le \frac{5 \times u_{\scriptscriptstyle Y}^2}{0.83}$$

と示される。この式に、 $u_{\scriptscriptstyle Y}^2=3.32$ を代入すると、母分散 $\sigma_{\scriptscriptstyle Y}^2$ に関する信頼係数0.95の信頼区間の下限と上限は、

下限 =
$$\frac{5 \times 3.32}{12.83}$$
 = 1.29384 ··· = 1.29
上限 = $\frac{5 \times 3.32}{0.83}$ = 20

と求められる(下限については、小数点以下第3位を四捨五入)。

問2 サンプルサイズnが十分に大きいとき、標本における賛成の比率 \hat{p} は、平均p、分散 $\frac{p(1-p)}{n}$ の正規分布に従う。

このため, $|\hat{p}-p| \le 0.03$ になる確率を0.95以上にするという関係式

$$\Pr(|\hat{p} - p| \le 0.03) \ge 0.95$$

は、Zを標準正規分布に従う確率変数とすると、

$$\Pr\left(\frac{|\hat{p}-p|}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \le \frac{0.03}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}\right) = \Pr\left(|Z| \le \frac{0.03}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}\right) \ge 0.95$$

と示すことができる。標準正規分布の上側2.5%は1.96だから、

$$Pr(|Z| \le 1.96) = 0.95$$

より,

$$\frac{0.03}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \ge 1.96$$

という関係が成立すれば、 $|\hat{p}-p| \le 0.03$ になる確率が0.95以上となる。これを、サンプルサイズnについて解くと、

$$\sqrt{n} \ge \frac{1.96}{0.03} \times \sqrt{p(1-p)}$$

の両辺を2乗することにより,

$$n \ge \left(\frac{1.96}{0.03}\right)^2 \times p \left(1 - p\right)$$

と求められる。この問題では、賛否の割合についての事前情報はなく、賛否が半々であると想定するので、p=0.5とすると.

$$n \ge \left(\frac{1.96}{0.03}\right)^2 \times 0.5 \times 0.5 = 1067.1111 \cdots$$

となるので、最小限必要なサンプルサイズは1068となる。

問題 2

- 問1 帰無仮説の否定を考える。解答を参照のこと。
- 問2 誤差項の標準的な仮定とは、①誤差項の平均は0、②誤差項の分散は一定、③誤差項は正規分布に従う、④誤 差項は相互に無相関(独立)である、という4つの条件のことである。
- |問3| 休憩時間の長さ A_1 の標本平均 $\bar{x_i}$ は,

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{5} \times (2+6+8+4+1) = 4.2$$

となる。休憩時間の長さ A_2 の標本平均 \bar{x}_2 は

$$\overline{x}_2 = \frac{1}{5} \times (6+11+10+8+6) = 8.2$$

となる。休憩時間の長さ A_3 の標本平均 \bar{x}_3 は

$$\bar{x}_3 = \frac{1}{5} \times (17 + 14 + 12 + 16 + 10) = 13.8$$

となる。休憩時間の長さ A_4 の標本平均 \bar{x}_a は、

$$\overline{x}_4 = \frac{1}{5} \times (7 + 6 + 8 + 11 + 13) = 9$$

となる。また、全標本平均 \bar{x} は、

$$\overline{x} = \frac{1}{20} \times (2+6+8+4+1+6+11+10+8+6+17+14+12+16+10+7+6+8+11+13) = 8.8$$

と計算できる。

休憩時間の平方和(級間変動) S₄は,

$$S_A = \sum_{i=1}^{4} \left\{ 5 \times (\overline{x}_i - \overline{x}) \right\}^2 = 5 \times (4.2 - 8.8)^2 + 5 \times (8.2 - 8.8)^2 + 5 \times (13.8 - 8.8)^2 + 5 \times (9 - 8.8)^2 = 232.8$$

と求められる。誤差の平方和(級内変動) S_E は、平方和の合計(全変動)から休憩時間の平方和(級間変動) S_A を引くことによって、つぎのように求められる。

$$S_E = 353.2 - S_A = 353.2 - 232.8 = 120.4$$

なお, 誤差の平方和 (級内変動) S_Eは,

$$S_{E} = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{5} (x_{ij} - \overline{x}_{i})^{2} = (2 - 4.2)^{2} + (6 - 4.2)^{2} + (8 - 4.2)^{2} + (4 - 4.2)^{2} + (1 - 4.2)^{2}$$

$$+ (6 - 8.2)^{2} + (11 - 8.2)^{2} + (10 - 8.2)^{2} + (8 - 8.2)^{2} + (6 - 8.2)^{2}$$

$$+ (17 - 13.8)^{2} + (14 - 13.8)^{2} + (12 - 13.8)^{2} + (16 - 13.8)^{2} + (10 - 13.8)^{2}$$

$$+ (7 - 9)^{2} + (6 - 9)^{2} + (8 - 9)^{2} + (11 - 9)^{2} + (13 - 9)^{2} = 120.4$$

と求めることもできる。

間4 解答を参照のこと。なお、自由度(3, 15)のF分布の上側5%点が3.287、自由度(3, 20)のF分布の上側5%点が3.098であることより、自由度(3, 16)のF分布の上側5%点は、調和補間より、つぎのように求められる。

自由度(3, 16)のF分布の上側5%点=
$$\frac{\frac{1}{16} - \frac{1}{20}}{\frac{1}{15} - \frac{1}{20}} \times (3.287 - 3.098) + 3.098 = 3.23975$$

問題 3

問1 問題文に与えられている表から、食料費と消費支出には正の相関があることが分かるので、食料費と消費支出の 単相関係数rは正の値をとる。このため、食料費と消費支出の単相関係数rは、食料費を消費支出に回帰させたとき の決定係数の正の平方根により、小数点以下第5位を四捨五入して小数点以下第4位まで求めると、

$$r = \sqrt{R^2} = \sqrt{0.9818} = 0.990858 \dots = 0.9909$$

となる。

問2 第Ⅱ階級の食料費の予測値は,

と求められる。さらに、第Ⅱ階級の残差は、

と求められる。

|問3| 第Ⅰ階級から第X階級までの残差の合計は,理論的には0となる。

なお, 問2と同じようにして, 第 I 階級から第 X 階級までの残差を求めると, つぎの表のように整理できる。

	残差
第Ⅰ階級	-1652.0103
第Ⅱ階級	-1303.117
第Ⅲ階級	-554.0035
第Ⅳ階級	-42.3444
第V階級	1330.5418
第VI階級	1911.5302
第₩階級	277.0837
第Ⅷ階級	437.461
第IX階級	2822.3421
第X階級	-3358.3635
合計	-130.8799

問題文に与えられている回帰分析の結果 (消費支出の係数と定数項の値) は概数であるため、この表のように実際に計算すると、第 I 階級から第X階級までの残差の合計は、ゼロにならず、-130.8799となる。

問4 解答を参照のこと。

問5 解答を参照のこと。