

はじめに

このテキストは、一級建築士及び二級建築士を受験される方を対象に、多くの方が苦手意識をもつ力学について、基礎からやさしく解説した入門書です。

反力計算、応力計算、トラス、断面の性質、変形、座屈までの、力学の最も基本的な部分を、問題演習を行いながら学習できるようにまとめています。

何事も始まりが大切です。

基礎をしっかりと身につけることによって、その後の学習の吸収力が変わります。

皆様が、このテキストを使って力学の基礎を確実にマスターし、合格への最短距離を走りきることを祈念しています。

力学で使われる主なアルファベット、ギリシャ文字とその代表的な意味

記号	代表的な意味	記号	代表的な意味	ギリシャ文字	代表的な意味
A	断面積	d	有効せい	δ (デルタ)	たわみ
E	ヤング係数	e	偏心距離	Δ (デルタ大)	変形量
F	基準強度 (材料強度)	f	許容応力度	ε (エプシロン)	縦ひずみ度
H	水平反力	f_t	許容引張応力度	η (イータ)	座屈低減係数
I	断面二次モーメント	f_c	許容圧縮応力度	θ (シータ)	回転角
M	モーメント	f_b	許容曲げ応力度	λ (ラムダ)	細長比
N	軸方向力	f_s	許容せん断応力度	σ (シグマ)	応力度
P	集中荷重	g	重力加速度	σ_t	引張応力度
P_k, P_e	弾性座屈荷重	h	高さ等	σ_c	圧縮応力度
Q	せん断力	i	断面二次半径	σ_b	曲げ応力度
R	反力	j	応力中心間距離	τ (タウ)	せん断応力度
S	断面一次モーメント	k	剛比、水平剛性(ばね定数)		
V	垂直反力、体積	l	スパン等		
W	荷重,合力	l_k	弾性座屈長さ		
Z	断面係数	n	安全率など		
		t	厚さなど		
		w	等分布荷重		

目 次 (力学)

序 章 数学の基礎知識 1

第 1 章 建築物に働く力 13

第 1 節 力のつり合い 15

1. 力 15

❶ 力の 3 要素と力の符号 15

❷ 力の単位 15

2. 力のモーメント (M) 15

❶ モーメント 15

❷ モーメントの符号と単位 16

❸ 偶力のモーメント 16

3. 力の合成と分解 17

❶ 1 点に作用する力の合成と分解 17

❷ 平行な力の合成と分解 18

4. 力のつり合い 20

❶ 図式解法 (示力図) 20

❷ 算式解法 21

第 2 節 安定・静定 22

1. 支点と節点 22

❶ 支点 22

❷ 節点 22

2. 安定・静定 23

❶ 不安定構造物と安定構造物 (静定構造物・不静定構造物) 23

第 3 節 静定構造物の反力 25

1. 荷重の種類と反力計算上の取り扱い 25

2. 静定構造物の反力計算 25

❶ 片持梁の反力計算 26

❷ 単純梁の反力計算 27

❸ 静定ラーメンの反力計算 32

第 2 章 静定構造物の応力 35

第 1 節 応 力 37

1. 応力とは 37

2. 応力の種類 37

第 2 節 静定ばりの応力計算 39

1. 応力計算の考え方 39

2. 片持ち梁の応力計算 39

❶ 応力計算の手順Ⅰ (集中荷重が作用する場合) 40

❷ 応力計算の手順Ⅱ (等分布荷重が作用する場合) 40

3. 単純ばりの応力計算 42

❶ 応力計算の手順Ⅰ (集中荷重が作用する場合) 42

❷ 応力計算の手順Ⅱ (等分布荷重が作用する場合) 43

❸ せん断力と曲げモーメントの関係 45

❹ 応力計算の手順Ⅲ (モーメント荷重が作用する場合) 46

第 3 節 静定ラーメンの応力計算 49

1. 静定ラーメンの応力 49

2. 片持梁系ラーメン 49

3. 単純梁系ラーメン 51

第 4 節 3 ヒンジラーメンの応力計算 55

1. 3 ヒンジラーメンの反力 55

2. 3 ヒンジラーメンの応力 55

第 5 節 静定トラス 61

1. トラス構造 61

2. トラスの応力 61

3. トラス部材の節点の性質 62

1 節点のつり合い	62
2 節点の性質	62
4. トラスの解法	63
1 節点法	63
2 切断法	65

2 座屈長さ (l_k)	92
3 ラーメン骨組の柱の座屈長さ	92

第3章 部材の性質と応力度 69

第1節 部材の性質 71

1. 部材の力学的性質	71
1 応力度—ひずみ度曲線	71
2 ひずみ度 (縦ひずみと横ひずみ)	72
3 弾性係数 (ヤング係数 E)	72
2. 断面の性質	72
1 断面一次モーメント (S_x , S_y) (mm^3) ...	72
2 断面二次モーメント (I_x , I_y) (mm^4) ...	74
3 断面係数 (Z) (mm^3)	76

第2節 応力度と許容応力度 78

1. 応力度	78
1 軸応力度 (N/mm^2)	78
2 セン断応力度 (記号: τ) (N/mm^2) ...	78
3 曲げ応力度 (記号: σ_b) (N/mm^2)	80
4 偏心荷重を受ける圧縮材の応力度 ...	81
2. 許容応力度	85
1 許容応力度 (N/mm^2)	85
2 部材断面の計算 (N/mm^2)	86

第3節 部材の変形 (たわみとたわみ角) ... 89

1. 梁の変形	89
1 たわみ (δ) とたわみ角 (θ)	89
2 荷重による最大たわみと最大たわみ角 ...	89
3 モーメント荷重による最大たわみと 最大たわみ角	90

第4節 座 屈 91

1. 座屈軸と座屈方向	91
2. 弾性座屈荷重 (P_k) と座屈長さ (l_k) ...	91
1 弾性座屈荷重 (P_k)	91

基礎講義 力学

序 章

数学の基礎知識



1. 比を求める

[Q 1] $a = 2b$ のとき、 $a : b$ を求めよ。(a、b、c は整数とする)

[Q 2] $3a = 4b$ のとき、 $a : b$ を求めよ。

[Q 3] $5a = 3b = 4c$ のとき、 $a : b : c$ を求めよ。

[Q 4] $\frac{1}{2}a = 5b = \frac{1}{3}c$ のとき、 $a : b : c$ を求めよ。

Point

a、b、c のいずれかに 1 を入れて、具体的な値を求める。

[解答]

[A 1] $a = 1$ とする。 $a = 2b$ の式に $a = 1$ を入れると、 $1 = 2b$

b を求めるためには、両辺を 2 で割って、 $\frac{1}{2} = b$

したがって、 $b = \frac{1}{2}$

a が 1 のとき、 b は $\frac{1}{2}$ になるから、 $a : b = 1 : \frac{1}{2}$ となる。

整数にすると、 $a : b = \underline{2 : 1}$

(別解) $b = 1$ とすると、 $a = 2 \times 1 = 2$

したがって、 $a : b = 2 : 1$

[A 2] $3a = 4b$ の式に $a = 1$ を入れると、 $3 \times 1 = 4b$

b を求めるためには両辺を 4 で割って、 $\frac{3}{4} = b$

したがって、 $a : b = 1 : \frac{3}{4} = \underline{4 : 3}$

整数の比にするためには、
両方に 4 をかける。

[A 3] $5a = 3b = 4c$ の式に $a = 1$ を入れると、 $5 \times 1 = 3b = 4c$

すなわち $\overset{\textcircled{1}}{5} = 3b = 4c$

①の部分の $5 = 3b$ から $b = \frac{5}{3}$ ②の部分の $5 = 4c$ から $c = \frac{5}{4}$

したがって、 $a : b : c = 1 : \frac{5}{3} : \frac{5}{4}$

分母の3と4を消すために、 a 、 b 、 c それぞれに (3×4) をかける。

$$1 \times (3 \times 4) : \frac{5}{3} \times (3 \times 4) : \frac{5}{4} \times (3 \times 4) = \underline{12 : 20 : 15}$$

◀3と4の最小公倍数をかけている

[A 4] $\frac{1}{2} a = 5 b = \frac{1}{3} c$ の式に $a = 1$ を入れると、 $\frac{1}{2} \times 1 = 5 b = \frac{1}{3} c$

$$\frac{1}{2} = 5 b \text{ から } b = \frac{1}{10} \quad \text{また、} \frac{1}{2} = \frac{1}{3} c \text{ から } c = \frac{3}{2}$$

したがって、 $a : b : c = 1 : \frac{1}{10} : \frac{3}{2}$

分母の10と2を消すために、 a 、 b 、 c それぞれに10をかける。

◀10と2の最小公倍数をかけている

$$10 : 1 : \frac{3}{2} \times 10 = \underline{10 : 1 : 15}$$

2. 一次方程式

[Q 1] $P \times 3l - P \times 2l - V \times 6l = 0$ のとき、 V を P を用いて表せ。
ただし、 V が未知数(求めたい数)、 P 、 l は既知数(わかっている数)とする。

Point

- ① 未知数(求めたい数)と既知数(わかっている数)を見極める。未知数をマーカーするのも有効。
- ② すべての項に共通する文字を消す。
- ③ 未知数を左辺に集め、既知数を右辺に集める。

[解答] $P \times 3l - P \times 2l - \underline{V} \times 6l = 0$
未知数 ← Point ①

$$\Rightarrow \underline{3Pl - 2Pl - V \times 6l} = 0$$

まとめる

$$\Rightarrow Pl - V \times 6l = 0$$

Point ② すべての項に共通する文字 l を消すために、すべてを l で割る。

$$\frac{Pl}{l} - \frac{V \times 6l}{l} = \frac{0}{l} \Rightarrow P - 6V = 0$$

Point ③ 未知数を左辺に集め、既知数を右辺に集める。

$$-6V = -P \leftarrow$$

$$\Rightarrow 6V = P \leftarrow \text{両辺に「-1」をかけているのと同じ。}$$

◀ P を左辺から右辺に移行するときは、符号を逆にする

$$\begin{array}{l} P - 6V = 0 \\ -6V = \overbrace{-P} \end{array}$$

これは、両辺に「 $-P$ 」を加えているのと同じ。
 $(P - 6V) - P = 0 - P$

両辺を6で割って、

$$\frac{6V}{6} = \frac{P}{6} \Rightarrow \underline{V = \frac{1}{6}P}$$

[Q 2] $V \times 4l - 2P \times 3l = 0$ のとき、 V を P を用いて表せ。

[Q 3] $-\frac{3}{2}P \times 5l - \frac{2}{3}V \times 2l = 0$ のとき、 V を P を用いて表せ。

[Q 4] $P \times 2l - V \times \frac{l}{2} - 3P \times \frac{l}{3} = 0$ のとき、 V を P を用いて表せ。

[Q 5] $\frac{3}{2}Vl + Vl - 35Pl = 0$ のとき、 V を P を用いて表せ。

[解答]

[A 2] $V \times 4l - 2P \times 3l = 0$

$$4Vl - 6Pl = 0$$

$$4V = 6P$$

$$\frac{4V}{4} = \frac{6P}{4}$$

$$\underline{V = \frac{3}{2}P}$$

「 $-6P$ 」を右辺にもってくると符号が逆になる。
「 $V = \bigcirc P$ 」にするために両辺を4で割る。

[A 3] $-\frac{3}{2}P \times 5l - \frac{2}{3}V \times 2l = 0 \Rightarrow -\frac{3 \times 5}{2}Pl - \frac{2 \times 2}{3}Vl = 0$

$$-\frac{15}{2}Pl - \frac{4}{3}Vl = 0$$

$$-\frac{4}{3}V = \frac{15}{2}P$$

$$\frac{4}{3}V = -\frac{15}{2}P$$

$$V = -\frac{15}{2}P \times \frac{3}{4}$$

$$\underline{V = -\frac{45}{8}P}$$

「 $-\frac{15}{2}Pl$ 」を右辺にもってくると符号が逆になる。
両辺に (-1) をかけている。
両辺に $\frac{3}{4}$ をかけている。 $(\frac{4}{3}V \times \frac{3}{4} = -\frac{15}{2}P \times \frac{3}{4})$

[A 4] $P \times 2l - V \times \frac{l}{2} - 3P \times \frac{l}{3} = 0$

$$\underline{2Pl - \frac{1}{2}Vl - Pl = 0}$$

$$\downarrow \text{まとめる}$$

$$Pl - \frac{1}{2}Vl = 0$$

$$-\frac{1}{2}V = -P$$

$$\frac{1}{2}V = P$$

$$\underline{V = 2P}$$

$$[A5] \quad \frac{3}{2}Vl + \underbrace{Vl}_{\downarrow} - 35Pl = 0$$

$$\left(\frac{3}{2} + 1\right)Vl - 35Pl = 0$$

$$\left(\frac{3}{2} + \frac{2}{2}\right)Vl - 35Pl = 0$$

$$\frac{5}{2}Vl - 35Pl = 0$$

$$\frac{5}{2}V = 35P$$

$$V = 35P \times \frac{2}{5} = \underline{14P}$$

3. 連立方程式

$$[Q1] \quad \begin{cases} 3Vl + Hl = 35Pl \\ 2Vl - Hl = 0 \end{cases}$$

のとき、 V と H を P を用いて表せ。

(V と H が未知数、 P と l が既知数)

[解答] まずは、2式それぞれ、すべての項に共通する l を消去する。

$$\begin{cases} 3V + H = 35P & \cdots \cdots \text{①} \\ 2V - H = 0 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

V と H の連立方程式を解くためには、片方(ここでは H)を消去して、残った片方(ここでは V)だけの式にして解く。

具体的には、次の(1)と(2)の2通りがある。

解法 (1) ②の式から H を求め、その値を①の H へ代入して V だけの式にして

V を求める方法

$$\text{②の式から } -H = -2V \Rightarrow H = 2V$$

これを①の H に代入して、 V だけの式をつくる。

$$3V + (2V) = 35P$$

$$\Rightarrow 5V = 35P \quad \therefore V = 7P$$

これを②に代入して

$$2 \times (7P) - H = 0$$

$$\Rightarrow 14P - H = 0$$

$$\Rightarrow -H = -14P \Rightarrow H = 14P \quad \text{したがって、} \begin{cases} V = 7P \\ H = 14P \end{cases}$$

解法 (2) ①式と②式の左辺どうし、右辺どうしを足すことで、 V だけの式をつくる方法

$$3V + H = 35P \quad \cdots \cdots \text{①}$$

$$+) 2V - H = 0 \quad \cdots \cdots \text{②}$$

$$\hline 5V = 35P \quad \cdots \cdots \text{①} + \text{②}$$

したがって、 $V = 7P$

これを②に代入して、(1)と同様に $H = 14P$

なお、この方法は、

$A = B$ 及び

$C = D$ が成り立つとき、

$(A + C) = (B + D)$ が成り立つことを利用している。

$$[\text{Q 2}] \quad \begin{cases} 3V + 2H = 12P \quad \cdots \cdots \text{①} \\ 4V - 3H = -P \quad \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

のとき、 V と H を P を用いて表せ。

(V と H が未知数、 P が既知数)

〔解答〕

解法 (1) ②の式から H を求め、その値を①の H へ代入して V だけの式にして V を求める方法

$$4V - 3H = -P \quad (\text{②})$$

$$-3H = -4V - P$$

$$3H = 4V + P$$

$$H = \frac{1}{3}(4V + P)$$

②を $H = \bigcirc$ の式にする。

これを①の H に代入して、 V だけの式をつくる。

$$3V + 2 \times \frac{1}{3}(4V + P) = 12P \quad \left. \begin{array}{l} \text{すべての項に3をかける。} \\ \downarrow \end{array} \right\}$$

$$9V + 2(4V + P) = 36P$$

$$9V + 8V + 2P = 36P$$

$$17V = 34P \quad \therefore V = 2P$$

これを②に代入して

$$4 \times (2 P) - 3 H = -P$$

$$8P - 3H = -P$$

$$-3H = -9P$$

$$\begin{aligned} -3H &= -9P \\ \therefore H &= 3P \quad \text{したがって、} \begin{cases} V = 2P \\ H = 3P \end{cases} \end{aligned}$$

解法(2) ①式と②式の左辺どうし、右辺どうしを足して、 V だけの式をつくるためには、①全体を3倍、②全体を2倍して、ともに $6H$ にすれば H が消える。

$$\begin{array}{lcl} \left\{ \begin{array}{l} 3V + 2H = 12P \cdots \textcircled{1} \\ 4V - 3H = -P \cdots \textcircled{2} \end{array} \right. & \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{全体を} \times 3} \\ \xrightarrow{\text{全体を} \times 2} \end{array} & \begin{array}{l} 9V + 6H = 36P \cdots \textcircled{1}' \\ 8V - 6H = -2P \cdots \textcircled{2}' \end{array} \\ & & \hline & & 17V = 34P \cdots \textcircled{1}' + \textcircled{2}' \end{array}$$

したがって、 $V = 2P$

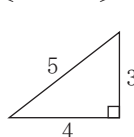
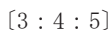
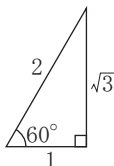
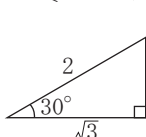
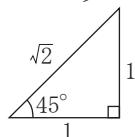
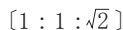
(1)と同様に、 $H = 3P$



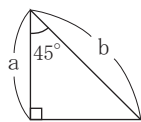
2と3の最小公倍数が6

4. 三角比

〔直角三角形の辺の比〕

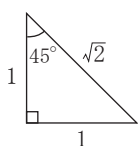


[Q 1]

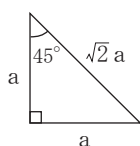


b を a を用いて表せ。

〔解答〕



すべてを
a 倍すると



したがって、 $b = \sqrt{2} a$

別解) 「(内項の積) = (外項の積)」を使う。

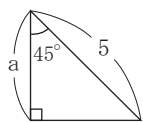
$$a : b = 1 : \sqrt{2} \Rightarrow b \times 1 = a \times \sqrt{2}$$

内項の積
 $b \times 1$

外項の積
 $a \times \sqrt{2}$

したがって、 $b = \sqrt{2} a$

[Q 2]



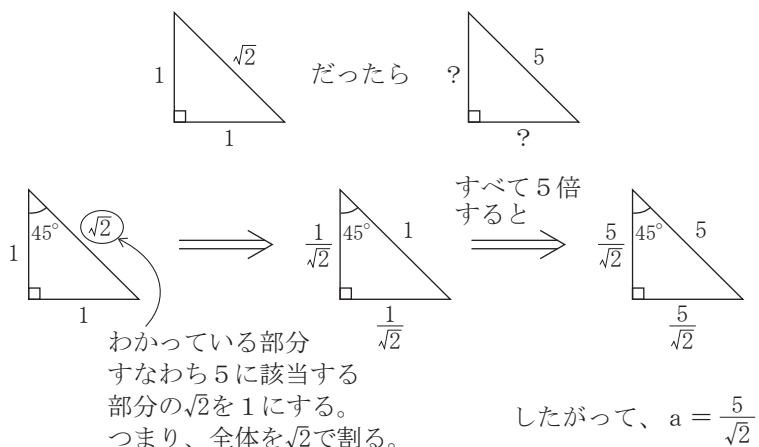
a の長さを求めよ。

〔解答〕

〔方針〕 45° の直角三角形の $[1 : 1 : \sqrt{2}]$ のうちの $\sqrt{2}$ を 5 に換算したとき、
1 がいくつに換算されるかを求めればよい。その値が a となる。

いきなり $\sqrt{2} \rightarrow 5$ にはしづらいので、

まず $\sqrt{2} \rightarrow 1$ に換算して、それを 5 倍すれば良い。

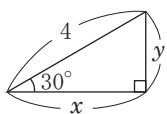


別解) $a : 5 = 1 : \sqrt{2}$

$$\sqrt{2} a = 5$$

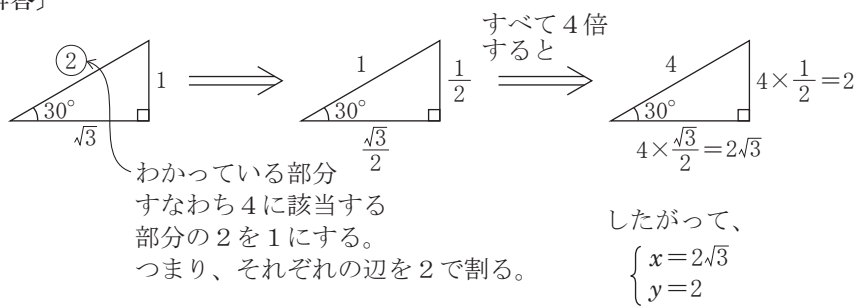
$$a = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

[Q 3]



x、y の長さを求めよ。

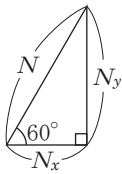
〔解答〕



別解) $x : 4 = \sqrt{3} : 2$
 $2x = 4\sqrt{3}$
 $x = 2\sqrt{3}$

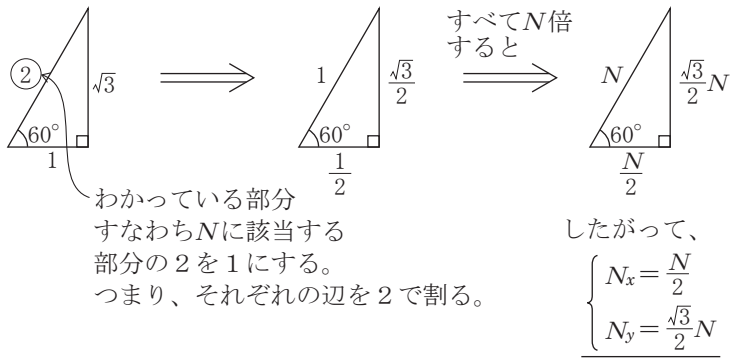
$y : 4 = 1 : 2$
 $2y = 4$
 $y = 2$

[Q 4]



N_x 、 N_y を N を用いて表せ。

[解答]



5. 分母の有理化

「分母の有理化」とは、分母に $\sqrt{}$ を含まないようにすること。

$$\frac{4P}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}P}{2} = 2\sqrt{2}P$$

これを「分母の有理化」という。

分母の $\sqrt{2}$ の $\sqrt{}$ を取るためには、分子と分母の両方に $\sqrt{2}$ をかける。

$$\frac{4P}{\sqrt{2}} = \frac{4P}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4P \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}P}{2} = 2\sqrt{2}P$$

これは1

[Q 1] $\frac{2P}{3\sqrt{3}}$ の分母を有理化せよ。

[Q 2] $\frac{2P}{\sqrt{2}}$ の分母を有理化せよ。

[解答]

$$[A 1] \quad \frac{2P}{3\sqrt{3}} = \frac{2P}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}P}{3 \times \underbrace{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}_{=3}} = \frac{2\sqrt{3}P}{9}$$

$$[A 2] \quad \frac{2P}{\sqrt{2}} = \frac{2P}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}P}{2} = \sqrt{2}P$$

6. 単位の換算

[Q 1] 300cm^4 を mm^4 で表せ。

[Q 2] 300mm^4 を cm^4 で表せ。

[Q 3] $200,000\text{N} \cdot \text{mm}$ を $\text{kN} \cdot \text{m}$ で表せ。

[解答]

[A 1] まずは 1cm が何 mm なのかを考える。

$1\text{cm} = 10\text{mm}$ なので、両辺を 4 乗して

$$(1\text{cm})^4 = (10\text{mm})^4 \Rightarrow 1^4\text{cm}^4 = 10^4\text{mm}^4 \Rightarrow \underline{1\text{cm}^4 = 10^4\text{mm}^4}$$

$$\begin{aligned} \text{したがって、} 300\text{cm}^4 &= 300 \times \underline{10^4\text{mm}^4} \\ &= 3 \times 10^2 \times 10^4\text{mm}^4 = 3 \times 10^6\text{mm}^4 \end{aligned}$$

[A 2] まずは 1mm が何 cm なのかを考える。

$1\text{cm} = 10\text{mm}$ なので、両辺を 10 で割って、右辺、左辺を逆転して

$$1\text{mm} = 10^{-1}\text{cm}$$

両辺を 4 乗して

$$(1\text{mm})^4 = (10^{-1}\text{cm})^4 \Rightarrow 1^4\text{mm}^4 = (10^{-1})^4\text{cm}^4 \Rightarrow \underline{1\text{mm}^4 = 10^{-4}\text{cm}^4}$$

$$\begin{aligned} \text{したがって、} 300\text{mm}^4 &= 300 \times \underline{10^{-4}\text{cm}^4} \\ &= 3 \times 10^2 \times 10^{-4}\text{cm}^4 = 3 \times 10^{-2}\text{cm}^4 (= 0.03\text{cm}^4) \end{aligned}$$

[A 3] まずは 1N が何 kN で、 1mm が何 m なのかを考える。

$$1\text{kN} = 1,000\text{N} \text{ なので、両辺に } 10^{-3} (= \frac{1}{1,000}) \text{ をかけ、}$$

$$\text{右辺、左辺を逆転して } \underline{1\text{N} = 10^{-3}\text{kN}}$$



(1cm)⁴ を求める際、
数値 (1) も 4 乗され、
単位 (cm) も 4 乗される。

$$\begin{aligned} \text{したがって、} \\ (1\text{cm})^4 &= 1^4\text{cm}^4 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 10^{-1} &= \frac{1}{10} \\ 10^{-4} &= \frac{1}{10,000} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} (10^{-1})^4 &= 10^{-1} \times 10^{-1} \times 10^{-1} \times 10^{-1} \\ &= \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \\ &= \frac{1}{10^4} = 10^{-4} \end{aligned}$$

1 m = 1,000 mm なので、両辺に 10^{-3} ($= \frac{1}{1,000}$) をかけ、

右辺、左辺を逆転して $1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$

したがって、 $200,000 \text{ N} \cdot \text{mm} = 2 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm}$

$= 2 \times 10^5 \times \underline{10^{-3} \text{ kN}} \times \underline{10^{-3} \text{ m}}$

$= 2 \times 10^{-1} \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (= 0.2 \text{ kN} \cdot \text{m})$

5

10

15

20

25

30

35

基礎講義 力学

第 1 章

建築物に働く力

第1章 建築物に働く力

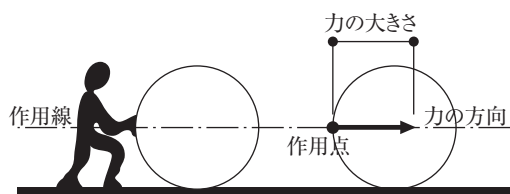
第1節 力のつり合い

1. 力

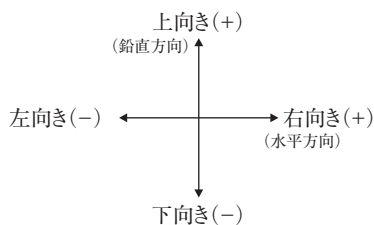
1 力の3要素と力の符号

物を押したり、引いたりすると物には力が作用して移動する。その力を表すのに、力の大きさ、力の方向、力の作用点（力が作用する点）があり、これらを力の3要素という。

また、水平方向の力、鉛直方向の力、それぞれの力の向きによって、図のように力の計算において必要な符号を決めておく。



力の3要素



2 力の単位

力の単位として、N（ニュートン）、kN（キロニュートン）が使われる。1Nとは、質量100gの物体が荷重として作用するときの力（100gf）で、つまり重力加速度（ $g=9.80665\text{m/s}^2$ ）が生じているときの力を示す。

$$1000\text{N}=1\text{kN}$$



1 Nの定義は、「質量1 kgの物体に1 m/s²の加速度を生じさせる力」である。

重力加速度は約9.8 m/s²であるから、1 kgの物体に働く重力は1 kg×9.8 m/s²=9.8 N≒10 Nとなる。

2. 力のモーメント (M)

力のモーメントとは、点を中心として回転を起こす働きをする力のことである。

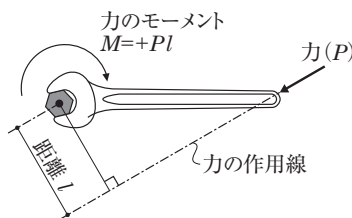
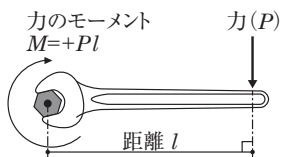
1 モーメント

力のモーメントは、力に距離を乗じて求める。距離の取り方は図のように力の作用線に垂線を下した長さで最短距離をとる。

$$\text{力のモーメント (M)} = \text{力} \times \text{距離 (力の作用線に垂線を下した長さ)}$$

(N・m) (N) (m)

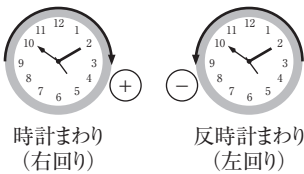
〔距離のとり方〕



2 モーメントの符号と単位

力のモーメントの符号は時計回りのモーメントを (+)、反時計回りのモーメントを (-) とする。

単位は、力 (N) × 距離 (m) で、N・m、kN・m となる。

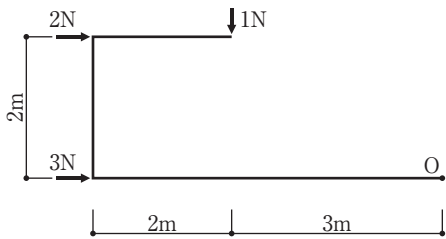


符号は、計算過程で必要となるので、決めておく必要がある。

力と力のモーメントの記号と単位	
・ 水平方向の力 (X)	N、kN
・ 垂直方向の力 (Y)	N、kN
・ 力のモーメント (M)	N・m、kN・m

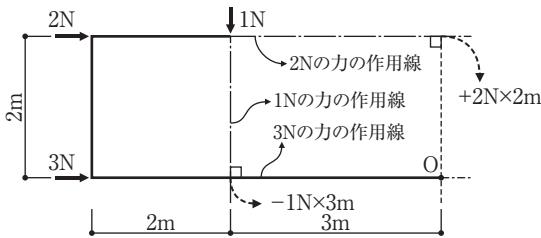
例題 1

O 点の力のモーメントの総和 M_O を求めよ。



〔解答〕

$$\begin{aligned} M_O &= 3\text{N} \times 0\text{m} + 2\text{N} \times 2\text{m} - 1\text{N} \times 3\text{m} \\ &= 0 + 4\text{N} \cdot \text{m} - 3\text{N} \cdot \text{m} \\ &= +1\text{N} \cdot \text{m} (\odot) \end{aligned}$$

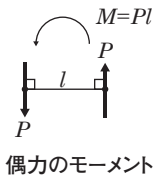


3 N の力の作用線が O 点をとるので、距離が 0 となり、3 N の力によるモーメントは生じない。

3 偶力のモーメント

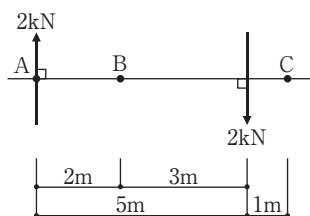
偶力とは、力の作用線が平行で、力の大きさが等しく、向きが反対の一对の力のことである。偶力のモーメントの大きさはどの点 (任意の点) においても一定であり、力に 2 力間の垂直距離を乗じて求める。

$\text{偶力のモーメント} = \frac{\text{力}}{(\text{N} \cdot \text{m})} \times \frac{2 \text{ 力間の垂直距離}}{(\text{m})}$
--



例題2

図のような偶力について、A、B、C点のそれぞれのモーメント M_A 、 M_B 、 M_C を求めよ。



〔解答〕

$$M_A = +2\text{kN} \times 5\text{m} = 10\text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_B = +2\text{kN} \times 2\text{m} + 2\text{kN} \times 3\text{m} = 10\text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_C = +2\text{kN} \times 6\text{m} - 2\text{kN} \times 1\text{m} = 10\text{kN} \cdot \text{m}$$

すべて「力 (2kN) $\times$ 2 力間の距離 (5m) = 10kN $\cdot$ m」と同じ値が得られることがわかる。

3. 力の合成と分解

力の**合成**とは、2つ以上の力が作用するとき、これと等しい効果をもつ1つの力にまとめることで、まとめられた1つの力を**合力 (R)** という。

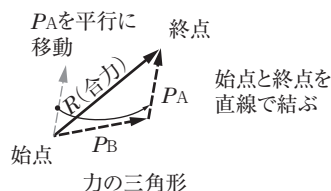
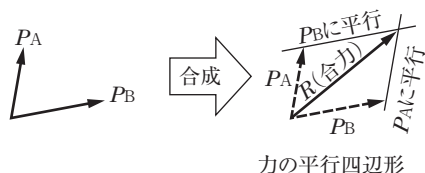
また、**分解**とは、その反対に、1つの力を、これと等しい効果をもつ2以上の力に分けることで、分けられた力を**分力**という。

1 1 点に作用する力の合成と分解

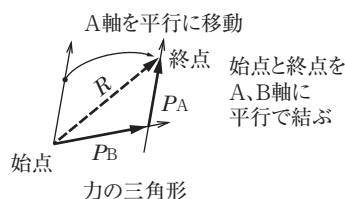
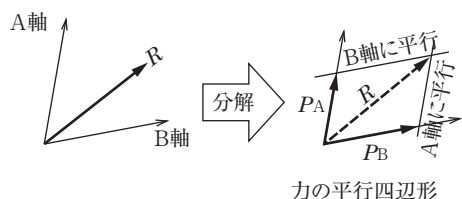
① 図式解法

2つ以上の力の作用線が1点に作用する場合、図式解法では、力の平行四辺形と力の三角形を利用して力を合成する。

〔 P_A 、 P_B を1つに合成する〕

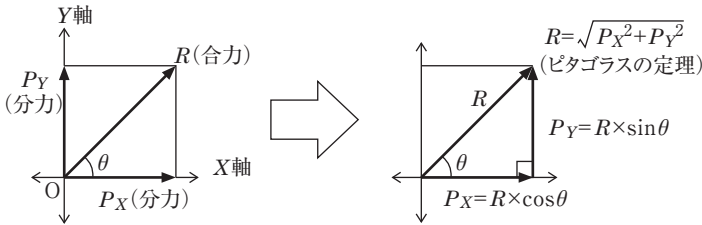


〔 R をA軸とB軸上の2力 (P_A 、 P_B) に分解する〕

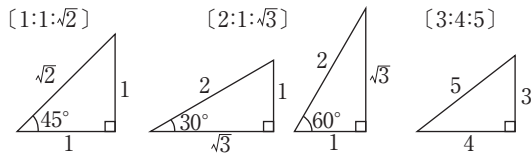


② 算式解法

図のような合力 R を X 軸、 Y 軸上のそれぞれの分力 P_X 及び P_Y に置き換えた場合、3つの力は、直角三角形を形成する。その角度 θ がわかれば、三角関数により合力 R の分力 P_X 及び P_Y を求めることができ、また反対に分力 P_X 及び P_Y から、ピタゴラスの定理により、合力 R を求めることができる。

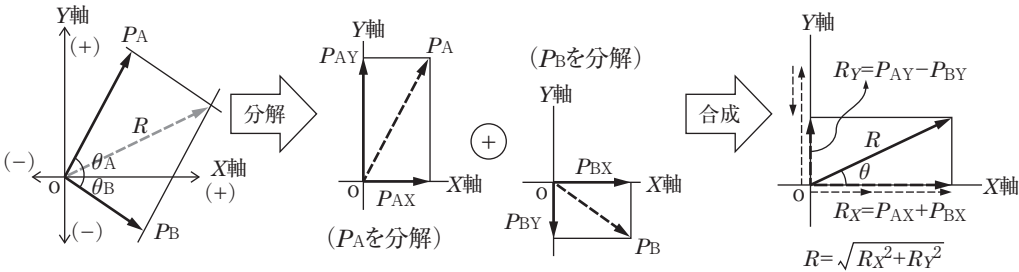


また、3力の成す直角三角形の角度 θ が、 30° 、 45° 、 60° 、のときなど、三角形の辺の比から、3力のうち、1つがわかれば、残りの2力を求めることができる。



これを利用して、図の1点に作用する P_A 及び P_B の合力 R の大きさを求めることができる。 P_A 、 P_B をそれぞれ X 方向、 Y 方向の分力、 P_{AX} 、 P_{AY} 及び P_{BX} 、 P_{BY} に置き替えると、 X 方向の力の合計 ($\Sigma X = P_{AX} + P_{BX}$) 及び Y 方向の力の合計 ($\Sigma Y = P_{AY} - P_{BY}$) が、合力 R の分力 R_X 、 R_Y である。これを合成すれば、合力 R を求めることができる。

[P_A 、 P_B の合力 R の大きさを算式解法で求める]



Check Point (試験ではとても重要!!)

- ① 合力 R の X 方向の力 $\Rightarrow$ 分力の X 方向の力の総和 $R_X = \Sigma X$
- ② 合力 R の Y 方向の力 $\Rightarrow$ 分力の Y 方向の力の総和 $R_Y = \Sigma Y$
- ③ 図式解法と算式解法の組合せ、かつ、三角形の辺の比から、数値を求める!

2 平行な力の合成と分解

平行な力の合成は、 X 方向、 Y 方向の力の総和だけでなく、モーメントに対する力の効果が等しい条件を満足しなければならない。

平行な力の合力 R の位置を求めるときはバリニオンの定理を利用して求める。

バリニオンの定理

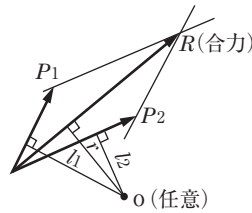
分力のモーメントの総和 (ΣM) = 合力のモーメント

多くの力の、任意の点(O)に対するモーメントの総和は、それらの合力のその点に対するモーメントに等しい。

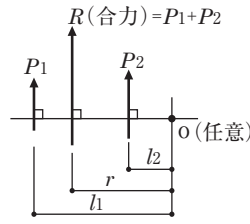
$P_1 \cdot l_1 + P_2 \cdot l_2 = R \cdot r$

これは、平行な力においても同じである。

[1点に交わる力の場合]

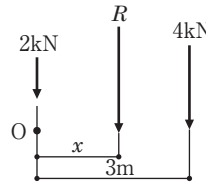


[平行な力の場合]



例題3

平行な二つの力2kN、4kNの合力 R の大きさと、合力のO点からの距離 x を求めよ。



〔解答〕 合力 R の大きさと向きを求める。

- ・すべての力を合計する (力の向きが異なる場合は差になる)。

$R = 2\text{kN} + 4\text{kN} = 6\text{kN}$ (下向き)

- ・合力の位置を求める (バリニオンの定理を利用する)

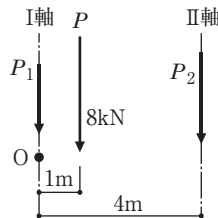
O点における合力と分力のモーメントの効果は等しいから、

$R \times x = 2\text{kN} \times 0 + 4\text{kN} \times 3\text{m}$

$6\text{kN} \times x = 12\text{kN} \cdot \text{m} \quad \therefore x = 2\text{m}$

例題4

8kNの力 P をI軸とII軸上の力 P_1 と P_2 に分解せよ。



〔解答〕 バリニオンの定理を利用する。

任意の点Oにおいて、 P によるモーメントと、 P_1 と P_2 によるモーメントの和は等しい。

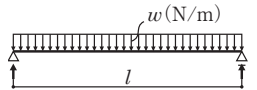
O点におけるモーメントは

$8\text{kN} \times 1\text{m} = P_1 \times 0 + P_2 \times 4\text{m}$

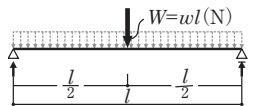
$8\text{kN} \cdot \text{m} = P_2 \times 4\text{m} \quad \therefore P_2 = 2\text{kN}$ (下向き)



バリニオンの定理の応用例
力のつり合いを考えると、
下図のように等分布荷重を集中荷重(合力)に置き換えても、任意の点におけるモーメントの効果は変わらない。



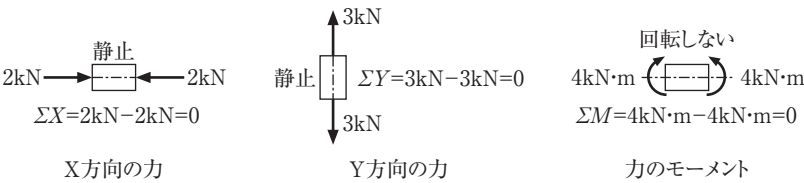
等分布荷重を集中荷重に置き換える
任意の点におけるモーメントの効果は等しい



また、力の大きさは、 $P=\Sigma Y$ であるから、
 $P=P_1+P_2$
 $8\text{kN}=P_1+P_2$
 $8\text{kN}=P_1+2\text{kN} \quad \therefore P_1=6\text{kN}$ （下向き）

4. 力のつり合い

物体に作用する同一作用線上にあって、大きさが等しく、向きが反対の2力は、つり合い、物体は移動しない。また、物体に作用する力のモーメントの総和が0であれば、物体は回転しない。

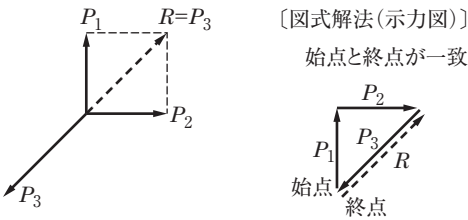


したがって、次の3つの条件を満足するときにつり合っている。

- ❶ $\Sigma X=0$ —— X方向の力（水平方向の力）の総和が0になる。
 - ❷ $\Sigma Y=0$ —— Y方向の力（鉛直方向の力）の総和が0になる。
 - ❸ 任意の点で、 $\Sigma M=0$ —— 力のモーメント（回転力）の総和が0になる。

1 図式解法（示力図）

力がつり合っていれば、力の数に応じた多角形の始点と終点が一致し、合力が0となる。これを示力図が閉じるといい、直角三角形となる場合は、力の合成、分解で示した三角形の辺の比を用いて、一点に集まる力の大きさを求めることができる。

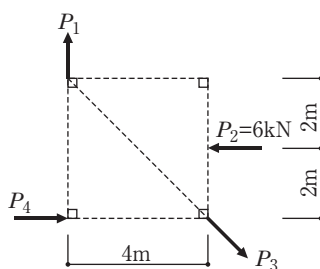


P_3 は、 P_1 、 P_2 の合力 R と大きさが等しく、向きが反対になっていることから、3力がつり合っていることがわかる。3力以上になっても、考え方は全く同じである。

2 算式解法

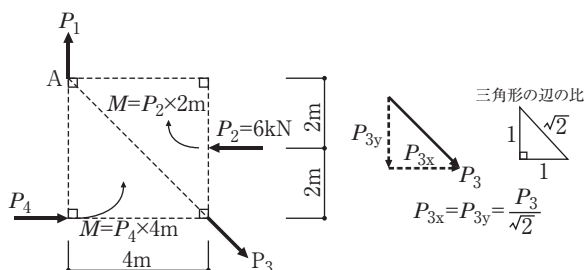
例題5

図のように、4つの力 ($P_1 \sim P_4$) がつり合っているとき、 P_1 、 P_3 、 P_4 の値を求めよ。



〔解答〕

任意の点で $\Sigma M=0$ であるので、図の A 点についてモーメントの和が 0 であることから P_4 を求める。これは、 P_1 、 P_3 の作用線上にある A 点では、距離が 0 になる P_1 、 P_3 のモーメントが生じないからである。



$\Sigma M_A=0$ より、 P_4 を求める。

$$P_1 \times 0 + P_2 \times 2\text{m} + P_3 \times 0 - P_4 \times 4\text{m} = 0$$

$$6\text{kN} \times 2\text{m} - P_4 \times 4\text{m} = 0$$

$$\therefore P_4 = 12\text{kN} \cdot \text{m} / 4\text{m} = 3\text{kN}$$

次に、 P_3 を XY 方向の分力に分けて、つり合いを考える。

$$\Sigma X=0 \text{ より、} P_4 - 6 + \frac{P_3}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\therefore P_3 = 3\sqrt{2} \text{ kN}$$

$$\Sigma Y=0 \text{ より、} P_1 - P_{3y} = 0$$

$$\therefore P_1 = P_{3y} = \frac{P_3}{\sqrt{2}} = 3\text{kN}$$



$\Sigma X=0$ より、

$$P_4 - 6 + \frac{P_3}{\sqrt{2}} = 0$$

$$3 - 6 + \frac{P_3}{\sqrt{2}} = 0$$

$$-3 + \frac{P_3}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\frac{P_3}{\sqrt{2}} = 3$$

$$\therefore P_3 = 3\sqrt{2} \text{ kN}$$

$\Sigma Y=0$ より、

$$P_1 - P_{3y} = 0$$

$$P_1 - \frac{P_3}{\sqrt{2}} = 0$$

$$P_1 - \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 0$$

$$P_1 - 3 = 0$$

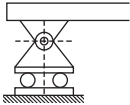
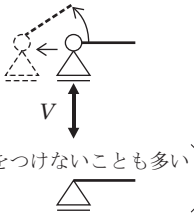
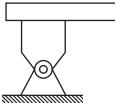
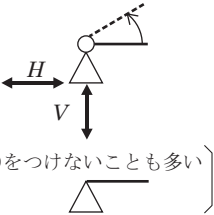
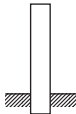
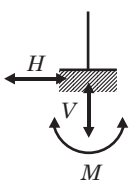
$$\therefore P_1 = 3\text{kN}$$

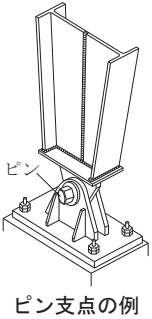
第 2 節 安定・静定

1. 支点と節点

1 支点

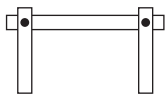
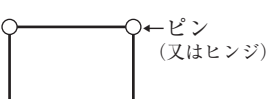
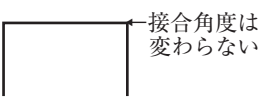
支点とは構造物を支えている点で、その点で支えている力を**反力**という。支点は、次の3種類に分けることができる。**移動支点**は鉛直方向の力だけを支え、**回転支点**は鉛直方向の力と水平方向の力の2方向の力を支える。**固定端**は、鉛直方向の力、水平方向の力、モーメント（回転力）の3種類の力全てを支えることができる。

支点	移動支点 (ピンローラー)	回転支点 (ピン又はヒンジ)	固定端 (フィックス)
記号	 	 	 
反力の種類	V: 鉛直反力	V: 鉛直反力 H: 水平反力	V: 鉛直反力 H: 水平反力 M: モーメント(回転)反力
反力数	1	2	3



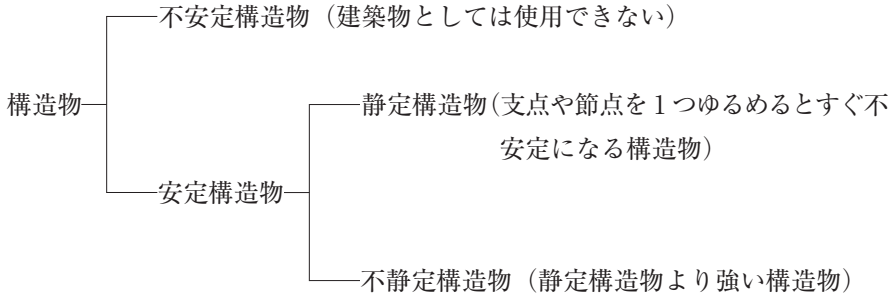
2 節点

節点とは、梁と柱など部材と部材を接合している点で、次の2つがある。**滑節点（ピン又はヒンジ）**は自由に回転する節点で、鉛直方向、水平方向の力を伝達する。**剛節点**は回転が拘束されている節点で、鉛直方向、水平方向の力、モーメントを伝達することができる。

節点	滑節点（ピン節点又はピン接合）	剛接合（剛節点）
記号	 	  ラーメン
力の伝達	鉛直方向、水平方向の2つ	鉛直方向、水平方向、モーメントの3つ

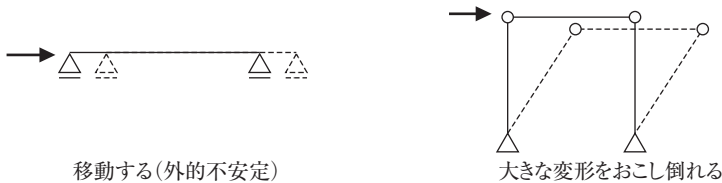
2. 安定・静定

構造物には骨組みの組み方や支点の関係から不安定な構造物（不安定構造物）と安定した構造物（安定構造物）に分けられる。安定構造物はさらに不安定になりやすい静定構造物と静定構造物より丈夫な不静定構造物に分けることができる。



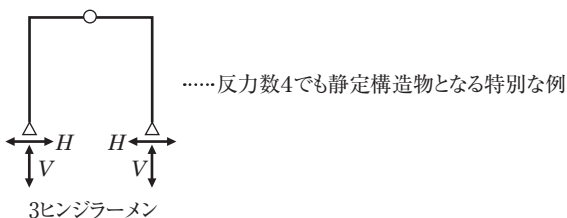
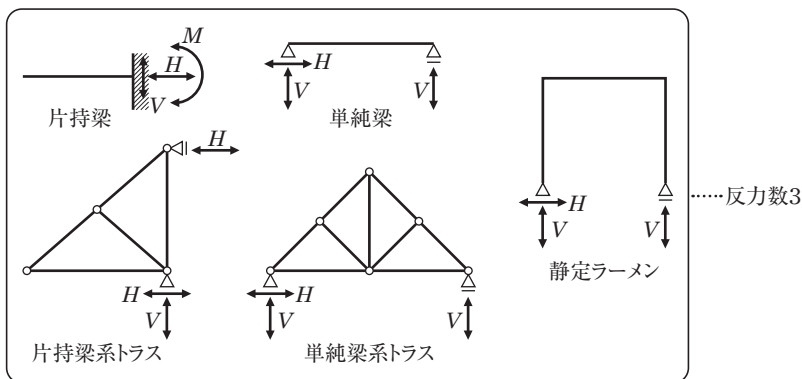
1 不安定構造物と安定構造物（静定構造物・不静定構造物）

- ① 不安定構造物 —— ・外力により移動するもの
 ・外力により大きな変形を起こし骨組みが倒れるもの

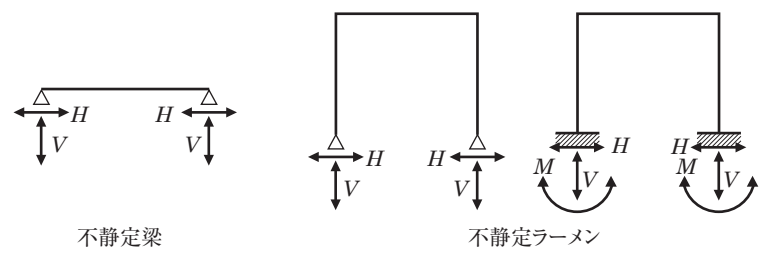


- ② 安定構造物 —— ・不安定構造物以外はすべて安定構造物になる
 ・外力により移動せず、変形しても倒れないもの

- (1) 静定構造物：支点や節点を1つゆるめるとすぐ不安定になる構造物。
 つり合い条件だけで解けるもの。



- (2) **不静定構造物**：静定構造物より丈夫な構造物（反力数 4 以上）。
つり合い条件だけでは解けないもの。



第3節

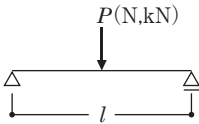
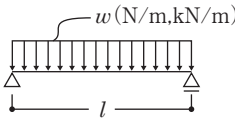
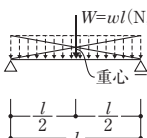
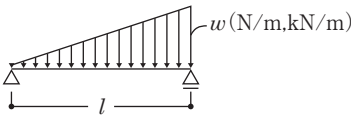
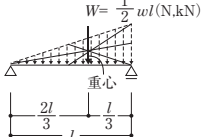
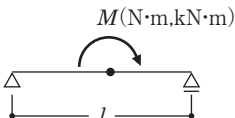
静定構造物の反力

荷重や外力に対して、つり合うために支点においては反力が生じる。したがって、反力も外力であるから、反力が求められて、初めて構造物に作用する力が判明し、各部材に生じる力（応力）を求めることができる。また、この反力を求めることを反力計算という。

1. 荷重の種類と反力計算上の取り扱い

代表的な荷重の種類と荷重状態は次のようになる。

特に注意すべきは、等分布荷重、等変分布荷重については、バリニオンの定理により、分力と合力のモーメントの効果は等しいことから、それらの合力を求め、集中荷重として計算する。

荷重の状態		表示	反力計算時の取り扱い
集中荷重	1点に集中して作用する荷重		そのまま力のつり合いを考える
等分布荷重	同じ大きさで、一様に分布する荷重		重心に作用する集中荷重に置き換える 
等変分布荷重	一定の割合で、増加又は減少する分布荷重		重心に作用する集中荷重に置き換える 
モーメント荷重	回転させようとする荷重		荷重点の位置にかかわらず、モーメントのつり合いを考える ($\Sigma M=0$)

2. 静定構造物の反力計算

反力計算は、外力、荷重を支える支点の反力を仮定し、力のつり合い条件式から、求める。静定構造物の反力数、つまり未知数は一般に3つであるから、力のつり合い条件式より、求めることができる。

反力計算——力のつり合い条件より求める

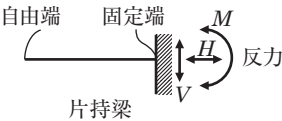
$$\Sigma X=0$$

$$\Sigma Y=0$$

$$\text{任意の点において、}\Sigma M=0$$

1 片持梁の反力計算

片持梁とは一端が自由端で、他端が固定端の梁をいう。片持梁は支点が固定端の 1 つだけなので力のつり合い条件から簡単に反力を求めることができ、片持ち梁の場合は、これが固定端の応力となる。



① 反力計算の手順（基本：集中荷重が作用する場合）

例題 1

反力を求めよ。

(1) 反力を仮定する

鉛直反力 V_A 、水平反力 H_A 、モーメント反力 $R_M A$ を仮定する。

反力の向きは、一般にプラス側に仮定し、求めた数値が+ならそのまま、-なら仮定の向きが反対であったことがわかる。

また、設問のように向きが明らかな場合は、その向きに仮定すればよい。

(2) 力のつり合い条件より反力を求める

$\Sigma X=0$ より、 H_A を求める。

$$1\text{kN} + (-H_A) = 0$$

$$\therefore H_A = 1\text{kN} \quad \text{仮定どおり左向き}$$

$\Sigma Y=0$ より、 V_A を求める。

$$-2\text{kN} + V_A = 0$$

$$\therefore V_A = 2\text{kN} \quad \text{仮定どおり上向き}$$

任意の点で $\Sigma M=0$ なので、A 点でのつり合いから、 $R_M A$ を求める。

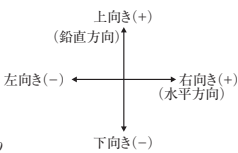
$$\Sigma M_A = -2\text{kN} \times 2\text{m} (\text{左回り}) + R_M A (\text{右回りに仮定}) = 0$$

$$-4\text{kN} \cdot \text{m} + R_M A = 0$$

$$\therefore R_M A = 4\text{kN} \cdot \text{m} \quad \text{仮定どおり右回り (時計回り)}$$



計算時に必要な力の符号



② 反力計算の手順 2（等分布荷重が作用する場合の例）

例題 2

反力を求めよ。

(1) 等分布荷重を集中荷重に置き換える

等分布荷重(w)に作用するスパンの長さ(l)を乗じて求める。

$$3\text{kN/m} \times 2\text{m} = 6\text{kN}$$

(2) 集中荷重と同様に求める

$\Sigma X=0$ より、 H_A を求める。

$$0\text{kN} + (-H_A) = 0 \quad \therefore H_A = 0\text{kN}$$

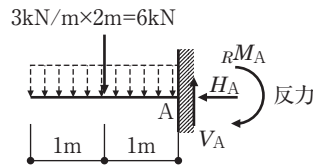
$\Sigma Y=0$ より、 V_A を求める。

$$-6\text{kN} + V_A = 0 \quad \therefore V_A = 6\text{kN} \quad \text{仮定どおり上向き}$$

任意の点で $\Sigma M=0$ なので、A 点でのつり合いから、 ${}_R M_A$ を求める。

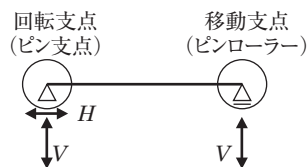
$$-6\text{kN} \times 1\text{m} + {}_R M_A = 0$$

$$\therefore {}_R M_A = 6\text{kN} \cdot \text{m} \quad \text{仮定どおり右回り (時計回り)}$$



2 単純梁の反力計算

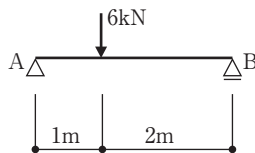
単純梁とは、回転支点（反力2）と移動支点（反力1）からなる梁で、反力の合計は3つになる。したがって、反力（未知数）が一つの移動支点から先に反力を求めるのが定石である。



① 反力計算の手順 I（基本：集中荷重が作用する場合）

例題3

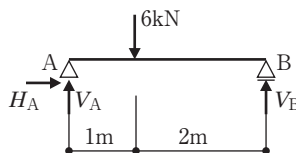
反力を求めよ。



(1) 反力を仮定する

鉛直反力 V_A 、水平反力 H_A を仮定する。モーメント反力はない。

反力の向きは、一般にプラス側に仮定し、求めた数値が+ならそのまま、-なら仮定の向きが反対であったことになる。



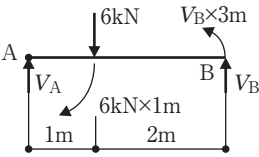
(2) 力のつり合い条件より反力を求める

反力が仮定されれば、図の 6kN 、 H_A 、 V_A 、 V_B の4つの力が、つり合っている。力のつり合い条件式、又は図式解法を用いて、未知数を求めていく。

(i) $\Sigma X=0$ より、回転支点の水平反力 H_A を求める。

$$H_A = 0$$

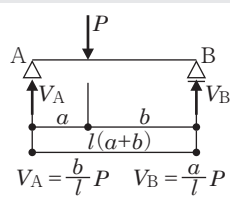
- (ii) 任意の点で $\Sigma M=0$ より、
移動支点の反力 V_B を求める。
A 点でモーメントのつり合い式を立てる。
 $\Sigma M_A=0$ より、
 $6\text{kN} \times 1\text{m}(\text{右回り}) - V_B \times 3\text{m}(\text{左回り})=0$
 $6\text{kN} \cdot \text{m} - 3\text{m} \times V_B=0$
 $\therefore V_B=2\text{kN}$ 仮定どおり上向き
- (iii) $\Sigma Y=0$ より、回転支点の鉛直反力 V_A を求める。
 $V_A + V_B + (-6\text{kN})=0$
 $V_A + 2\text{kN} - 6\text{kN}=0$
 $\therefore V_A=4\text{kN}$ 仮定どおり上向き



反力の多い点（未知数の多い）について $\Sigma M=0$ としての方が計算が楽であることから、回転支点（この場合 A 点）について、条件式を立てることが多い。

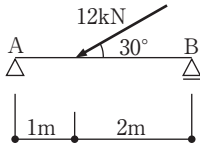
Check Point 試験で使えるテクニック

右図のような鉛直荷重が作用するとき、A、B 両支点の鉛直反力と荷重の作用点との関係は、図のようになることがわかる。



例題 4

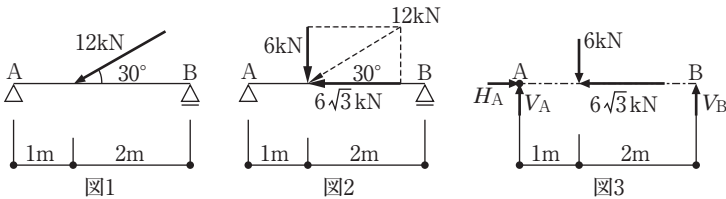
反力を求めよ。



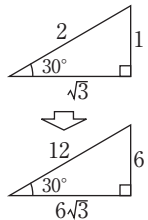
〔解答〕

図 1 のような集中荷重が作用する場合は、図 2 のように鉛直方向、水平方向の分力にして考える。このとき、直角三角形の辺の比を利用して、大きさを求める。

図 3 のように、 H_A 、 V_A 、 V_B 、鉛直荷重 6kN 、水平荷重 $6\sqrt{3}\text{kN}$ の 5 つの力のつり合い条件を考える。 $6\sqrt{3}\text{kN}$ の水平荷重が作用するので、
 $\Sigma X=0$ より、 $H_A=6\sqrt{3}\text{kN}$ （仮定どおり右向き）
 $\Sigma M_A=0$ より、 $+(6 \times 1) - (V_B \times 3)=0 \therefore V_B=2\text{kN}$ （仮定どおり右向き）
 $\Sigma Y=0$ より、 $V_A - 6 + 2=0 \therefore V_A=4\text{kN}$ （仮定どおり上向き）



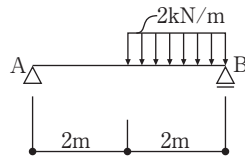
直角三角形の辺の比



② 反力計算の手順Ⅱ（基本：等分布荷重が作用する場合）

例題5

反力を求めよ。



(1) 等分布荷重を集中荷重に置き換える

等分布荷重(w)に作用するスパンの長さ(l)を乗じて求める。

$$2\text{kN/m} \times 2\text{m} = 4\text{kN}$$

(2) 反力を仮定する

図の 4kN 、 H_A 、 V_A 、 V_B の4力はつり合っている。

(3) 力のつり合い条件から求める

力のつり合い条件式を用いて、未知数を求めていくことができる。

(i) $\sum X=0$ より

$$H_A=0$$

水平方向の力が作用していないので、明らかに水平反力が生じないことがわかる。

(ii) $\sum M_A=0$ より、 V_B を求める。

$$\sum M_A = 4\text{kN} \times 3\text{m} (\text{右回り}) - V_B \times 4\text{m} (\text{左回り}) = 0$$

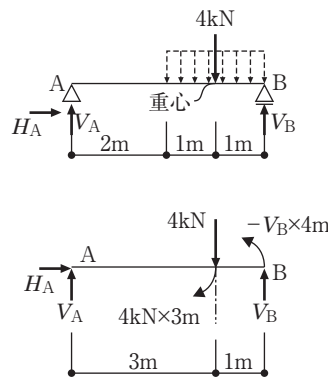
$$12\text{kN} \cdot \text{m} - 4\text{m} \times V_B = 0 \quad \therefore V_B = 12\text{kN} \cdot \text{m} / 4\text{m} = 3\text{kN} \text{ (上向き)}$$

(iii) $\sum Y=0$ より、 V_A を求める。

$$V_A + V_B - 4\text{kN} = 0$$

$$V_A + 3\text{kN} - 4\text{kN} = 0$$

$$V_A - 1\text{kN} = 0 \quad \therefore V_A = 1\text{kN} \text{ (上向き)}$$

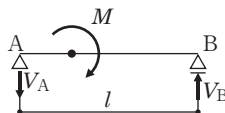


バリニオンの定理により、分力と合力のモーメントの効果は等しいことから、つり合いを考えるときには、等分布荷重の合力を求め、集中荷重として計算する。

③ 反力計算の手順Ⅲ（基本：モーメント荷重が作用する場合）

例題6

反力を求めよ。



〔解答〕

モーメント荷重は、作用点の位置には関係しない。したがって、モーメント荷重のみ作用する場合、図のA点における $\sum M=0$ より、

$$\sum M_A = M - V_B \times l = 0 \quad \therefore V_B = \frac{M}{l} \text{ (上向き)}$$

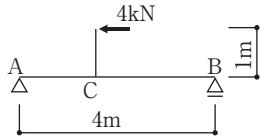
$\Sigma Y=0$ より、 $-V_A+V_B=0 \therefore V_A=\frac{M}{l}$ (下向き)

つまり、反力の偶力によって抵抗するので、 $V_A=V_B=\frac{M}{l}$ から、求め

ることができ、向きは反対になる。

例題 7

反力を求めよ。



〔解答〕

片持梁部分のモーメント (4kN×1m) と水平力 (4kN) が梁部材の C 点に作用すると考える場合である。

反力を仮定し、つり合い条件式から、

$\Sigma X=0$ より、 $H_A=4kN$ (右向き)

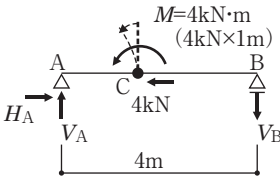
$\Sigma Y=0$ より、

V_A (上向き) - V_B (下向き) = 0 $\therefore V_A=V_B$

A 点でモーメントのつり合い式をたてる。

$\Sigma M_A=-4kN \cdot m + V_B \times 4m=0$ より、

$V_B=1kN$ 仮定どおり下向き、 $V_A=1kN$ 仮定どおり上向き



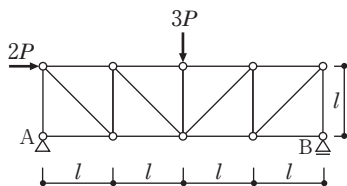
この構造物の場合は、モーメント荷重に抵抗するのは、鉛直反力による偶力だけなので、 $V_A=V_B=\frac{M}{l}$ から、簡単に大きさを求めることができる。

④ 単純梁系トラスの反力計算

図のような静定トラスの反力計算も、単純梁と同じである。トラス骨組を一つの剛体 (物体) と考え、支点反力を仮定すれば、図のような 5 つの力のつり合いを考えればよいことがわかる。

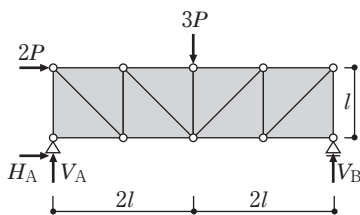
例題 8

反力を求めよ。



(1) 反力を仮定する

反力が仮定されれば、図の鉛直荷重の 3P、水平荷重の 2P、 H_A 、 V_A 、 V_B の 5 つの力のつり合い条件から、未知数を求めていく。



(2) 力のつり合い条件より反力を求める

- (i)
- $\Sigma X=0$
- より、水平反力
- H_A
- を求める。

$$\Sigma X = H_A + 2P = 0$$

$$\therefore H_A = -2P \quad \text{仮定と向き反対の左向き}$$

- (ii) 任意の点で
- $\Sigma M=0$
- より、
- V_B
- を求める。

A点でモーメントのつり合い式を立てる。

$$\Sigma M_A = 2P \times l (\text{右回り}) + 3P \times 2l (\text{右回り}) - V_B \times 4l (\text{左回り}) = 0$$

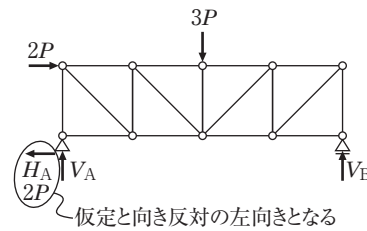
$$8P \cdot l (\text{右回り}) - V_B \times 4l (\text{左回り}) = 0$$

$$8P - 4V_B = 0$$

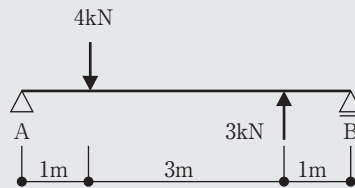
$$\therefore V_B = 2P \quad \text{仮定どおり上向き}$$

- (iii)
- $\Sigma Y=0$
- より、
- $V_A + V_B + (-3P) = 0$

$$V_A + 2P - 3P = 0 \quad \therefore V_A = P \quad \text{仮定どおり上向き}$$

**Check Point** ケーススタディ

- ① 次の単純梁の支点Bの反力を求めよ。ただし、反力の方向は、上向きを(+)、下向きを(-)とする。



〔解答〕

 $\Sigma M_A = 0$ より、

$$+ (4 \times 1) - (3 \times 4) - (V_B \times 5) = 0$$

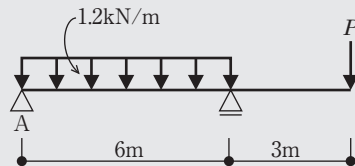
$$4 - 12 - 5V_B = 0$$

$$-5V_B = 8$$

$$\therefore V_B = -1.6\text{kN}$$

(答 $V_B = 1.6\text{kN}$ 下向き)

- ② 次の単純梁において、支点Aに垂直反力が生じないような荷重Pの値を求めよ。

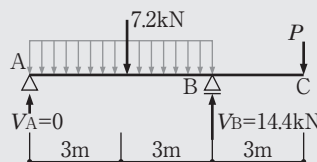


〔解答〕

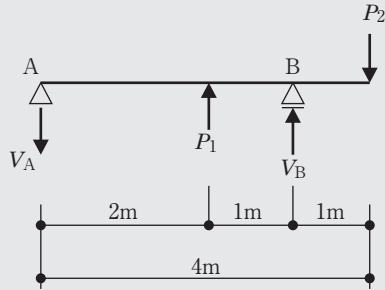
等分布荷重を集中荷重に置き換え、 $V_A = 0$ として、B点でのつり合いを考える。 $\Sigma M_B = 0$ より、

$$-7.2 \times 3\text{m} + P \times 3\text{m} = 0$$

$$\therefore P = 7.2\text{kN}$$

(答 $P = 7.2\text{kN}$)

③ 次の単純梁における荷重の比を、 $P_1 : P_2 = 5 : 4$ としたとき、支点反力の比 ($V_A : V_B$) を求めよ。



〔解答〕

$P_1 : P_2 = 5 : 4 = 5P : 4P$ に置き換えて、つり合い条件式から、 $V_A : V_B$ を求める。

$\Sigma M_B = 0$ より、

$$-V_A \times 3\text{m} + 5P \times 1\text{m} + 4P \times 1\text{m} = 0$$

$$\therefore V_A = 3P \text{ (仮定どおり下向き)}$$

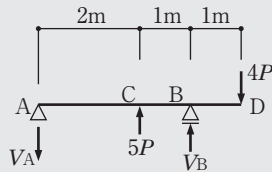
$\Sigma Y = 0$ より、 $-V_A + 5P + V_B - 4P = 0$

$$-3P + 5P + V_B - 4P = 0$$

$$-2P + V_B = 0$$

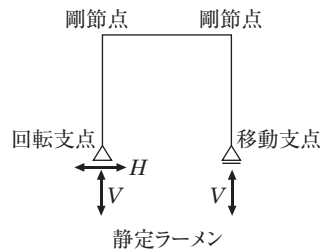
$$\therefore V_B = 2P \text{ (仮定どおり上向き) したがって、} V_A : V_B = 3 : 2$$

(答 $V_A : V_B = 3 : 2$)



③ 静定ラーメンの反力計算

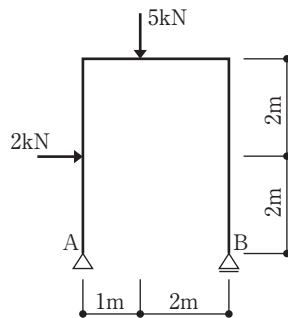
柱と梁などの部材が剛接合された骨組をラーメンといい、静定ラーメンとは、一端が回転支点、他端が移動支点で支持されたものをいう。反力計算の手順は、単純梁と同様であるが、柱があることで、柱に水平力が作用する場合は、支点との距離が生まれ、モーメントの計算に影響する点が単純梁との違いである。



① 反力計算の手順Ⅰ（基本：集中荷重が作用する場合）

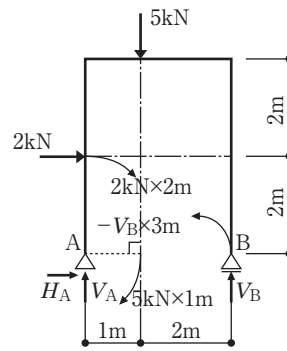
例題 9

反力を求めよ。



(1) 反力を仮定する

反力が仮定されれば、図の鉛直荷重の5kN、水平荷重の2kN、 H_A 、 V_A 、 V_B の5つの力のつり合い条件から、未知数を求めていく。



(2) 力のつり合い条件より反力を求める

(i) $\Sigma X=0$ より、水平反力 H_A を求める。

$$\Sigma X = H_A + 2\text{kN} = 0$$

$\therefore H_A = -2\text{kN}$ マイナスなので、
と向き反対の左向き

(ii) A点について $\Sigma M=0$ より、 V_B を求める。

$$\Sigma M_A = 2\text{kN} \times 2\text{m} (\text{右回り}) + 5\text{kN} \times 1\text{m} (\text{右回り}) - V_B \times 3\text{m} (\text{左回り}) = 0$$

$$4\text{kN} \cdot \text{m} + 5\text{kN} \cdot \text{m} - 3\text{m} \times V_B = 0$$

$$\therefore V_B = \frac{9\text{kN} \cdot \text{m}}{3\text{m}} = 3\text{kN} \quad \text{仮定どおり上向き}$$

(iii) $\Sigma Y=0$ より、 V_A を求める。

$$\Sigma Y = V_A + V_B + (-5\text{kN}) = 0$$

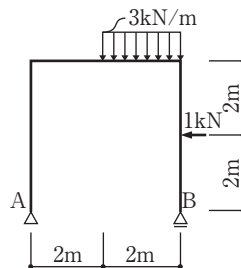
$$V_A + 3\text{kN} - 5\text{kN} = 0$$

$$\therefore V_A = 2\text{kN} \quad \text{仮定どおり上向き}$$

② 反力計算の手順Ⅱ（基本：等分布荷重が作用する場合）

例題10

反力を求めよ。



(1) 等分布荷重を集中荷重に置き換える

等分布荷重(w)に作用するスパンの長さ(l)を乗じて、重心位置に作用させる。

$$3\text{kN/m} \times 2\text{m} = 6\text{kN}$$



バリニオンの定理により、分力と合力のモーメントの効果は等しいことから、つり合いを考えるとときには、等分布荷重の合力を求め、集中荷重として計算する。

(2) 反力を仮定する

図の鉛直荷重 6kN、水平荷重 1kN、 H_A 、 V_A 、 V_B の 5 力はつり合っている。

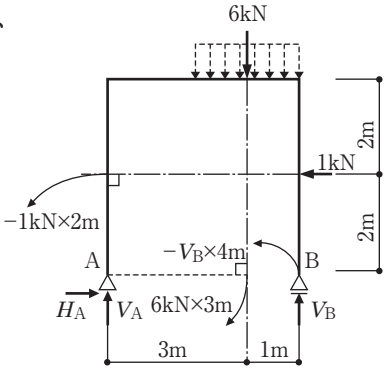
(3) 力のつり合い条件から求める

(i) $\Sigma X=0$ より、 $H_A - 1\text{kN}=0$
 $\therefore H_A=1\text{kN}$ 仮定どおり右向き

(ii) A 点において、 $\Sigma M_A=0$ より
 $\Sigma M_A=6\text{kN} \times 3\text{m} - 1\text{kN} \times 2\text{m}$
 $- V_B \times 4\text{m}=0$
 $18\text{kN} \cdot \text{m} - 2\text{kN} \cdot \text{m} - 4\text{m} \times V_B=0$

$\therefore V_B = \frac{16\text{kN} \cdot \text{m}}{4\text{m}} = 4\text{kN}$ 仮定どおり上向き

(iii) $\Sigma Y=0$ より、 $V_A + V_B - 6\text{kN}=0$
 $V_A + 4\text{kN} - 6\text{kN}=0$
 $\therefore V_A=2\text{kN}$ 仮定どおり上向き

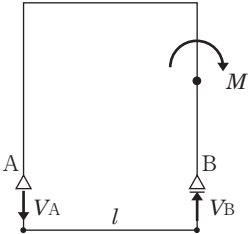


反力数の多い点（未知数の多い）について $\Sigma M = 0$ とした方が計算が楽であることから、回転支点（この場合 A 点）について、条件式を立てることが多い。

② 反力計算の手順Ⅲ（基本：回転荷重が作用する場合）

例題 11

反力を求めよ。



モーメント荷重は、作用点の位置には関係しない。したがって、鉛直方向の反力の偶力によって抵抗するので、 $V_A = V_B = \frac{M}{l}$ から、求めることができる。

これは単純梁と同様である。回転支点と移動支点では、鉛直方向に対する反力が作用するので、偶力が生じるが、水平反力は 1 つなので、偶力が生じないからである。