

2022 年合格目標

警察官・消防官(大卒程度)

数的処理 (数的推理①)

講義ノート

体験入学用抜粋版

※講義で使します。

無断複製・無断転載を禁じます。

資格の学校 TAC

〈警察官・消防官〉数的処理① 【数的推理 第1回】

■「数的推理」の志望先別出題数

	警視庁	道府県警	東京消防庁	政令市消防	市役所消防
数的推理	6/50	5/50	4/45	6/50	4/40

※出題数は自治体や年度で変わる可能性があります。

■ この講義ノートでの表記

難：習得難易度（易しい）**A** → **B** → **C**（難しい）

■ この講義ノートの特長について

◇ 数的処理の講義ノートは復習しやすさ優先で書かれています。解説編では問題と解説が隣接しており、見やすくなっています。ですので、初見の場合は問題編の方を見ながら解くようにしてください。解説編のPointは見ても構いませんが、解説本文は極力見ずに解くようにしましょう。

■ この講義ノートの構成について

- ◇ この講義ノートの各回は「問題編」「解説編」「練習編」「ミニテスト」で構成されています。
- ◇ 「問題編」には、例題の問題文のみが記載されています。まずは解説編を見る前に問題を解いてみましょう。
- ◇ 「解説編」の内容は、例題のPointや解説を記載しています。また講義中にも原則、解説をしていきます。
- ◇ 「練習編」は、例題でカバーできないテーマやさらに理解を深めるための問題と解説を記載しています。
- ◇ 「ミニテスト」は、その回の内容を復習するためのものです。各回の最後に記載しています。

【参考】数的処理全体(数的推理・判断推理・空間把握・資料解釈)の志望先別出題数

	警視庁	道府県警	東京消防庁	政令市消防	市役所消防
数的処理	17/50	16/50	15/45	16/50	13/40

※出題数は自治体や年度で変わる可能性があります。

■今回の内容

◇文章題…方程式，割合，売買算(利益)，比，平均，仕事算，ニュートン算

【問題編】

例題 1

連続する 3 つの自然数があり，最も小さい自然数を 3 倍した値は，最も大きい自然数に 30 を加えた値に等しい。このとき，連続する 3 つの自然数の中央の値として，正しいものはどれか。

1. 15
2. 16
3. 17
4. 18
5. 19

例題 2

あるクラスで英語の試験を行ったところ，60 点以上の生徒はクラス全体の $\frac{2}{5}$ に当たる 24 人で，そのうち $\frac{3}{8}$ が男子だった。男子の中で英語の試験が 60 点以上だった生徒が男子全体の $\frac{1}{4}$ を占めていたとき，このクラスの女子の人数として，正しいものはどれか。

1. 20 人
2. 24 人
3. 30 人
4. 32 人
5. 36 人

例題 3

A, B 2 種類のジュースがあり, 昨日は合わせて 400 本が売れた。今日売れたジュースの本数は昨日に比べ A が 20%, B が 10%それぞれ減り, 合わせて 330 本であった。今日売れたジュース A, B それぞれの本数として正しいものはどれか。

- | | A | B |
|----|-------|-------|
| 1. | 120 本 | 210 本 |
| 2. | 200 本 | 130 本 |
| 3. | 240 本 | 90 本 |
| 4. | 300 本 | 10 本 |
| 5. | 300 本 | 100 本 |

例題 4

7,200 円で品物をいくつか仕入れ, 1 個あたり 600 円で全部売って, 仕入れ総額の 25%の利益を見込んだ。しかし, 実際には何個かを 600 円で売り, 残りを 5%値引きして売ったため, 全体で仕入れ総額の 20%の利益しか得られなかった。このとき, 600 円で売った品物の個数として, 正しいものはどれか。

1. 1 個
2. 2 個
3. 3 個
4. 4 個
5. 5 個

例題 5

兄と弟の貯金額の比は 5 : 3 であった。ところが, 兄はそこから 7,500 円使い, 弟は逆に 1,000 円貯金したので, 兄と弟の貯金額の比は 3 : 4 になった。兄の初めの貯金額として, 正しいものはどれか。

1. 10,000 円
2. 12,500 円
3. 15,000 円
4. 17,500 円
5. 20,000 円

例題 6

A, B, C の 3 社で新規事業計画を立案した。この事業計画における出資額の総額は 1,650 万円であり、出資額の比率については、 $A : B = 5 : 4$ 、 $B : C = 2 : 1$ であった。このとき、A 社の出資額はいくらか。ただし、出資額の総額はすべて 3 社の出資によってまかなわれるものとする。

1. 600 万円
2. 650 万円
3. 700 万円
4. 750 万円
5. 800 万円

例題 7

秋田君がこれまでに受けた 8 回のテストの結果は、次の表の通りであった。この後、2 回テストを受けて、全 10 回の平均点を 80 点とするためには、この後 2 回で平均何点を取ればよいか。

回	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
点数	75	86	73	67	92	78	76	85	?	?

1. 82 点
2. 83 点
3. 84 点
4. 85 点
5. 86 点

例題 8

ある仕事を仕上げるのに長崎君は 15 日間かかり、佐賀君は 10 日間かかる。この仕事を 2 人で一緒に行うことにしたが、途中で佐賀君が病気で 5 日間休んだ。

このとき、この仕事が完成するのにかかる日数として、正しいものはどれか。

1. 7 日間
2. 8 日間
3. 9 日間
4. 10 日間
5. 11 日間

例題 9

ある遊園地は午前 8 時開園であるが、それ以前でも 300 人以上の行列ができた場合には、時間を繰り上げて開園することになっている。ある日、開園前から入園希望者が毎分 20 人の割合で並びはじめたので、開園時間前行列が 300 人となり、その時点で開園した。開園後も同様の割合で行列に加わる者が続いたが、入場口を 1 つだけ開けたところ、15 分で行列は解消した。

もし、開園前に入場口を 2 つだけ開けたならば、行列が解消するまで何分かかったか。

1. 3 分
2. 5 分
3. 7 分
4. 9 分
5. 11 分

【解説編】

例題 1 方程式

難 A

連続する3つの自然数があり、最も小さい自然数を3倍した値は、最も大きい自然数に30を加えた値に等しい。このとき、連続する3つの自然数の中央の値として、正しいものはどれか。

1. 15 2. 16 3. 17 4. 18 5. 19

POINT

① 数に関する文章題の文字の置き方 ※ x, y, z は整数とする。

(1) 連続する整数: $\cdots, x-2, x-1, x, x+1, x+2, \cdots$

(2) 百の位が x , 十の位が y , 一の位が z である数

$100x+10y+z$ (ただし, x は $1\sim 9$ の整数, y と z は $0\sim 9$ の整数)

(3) 連続する偶数: $\cdots, 2x-4, 2x-2, 2x, 2x+2, 2x+4, \cdots$

(4) 連続する奇数: $\cdots, 2x-3, 2x-1, 2x+1, 2x+3, \cdots$

② 整数: $\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots$

自然数: $1, 2, 3, \cdots$

解説 正解 3

連続する3つの自然数を, $x, x+1, x+2$ とおくと, 次の式が成り立つ。

$$3 \times x = (x+2) + 30$$

これを解くと, $x=16$ となるので, 中央の自然数は $16+1=17$ となる。

あるクラスで英語の試験を行ったところ、60 点以上の生徒はクラス全体の $\frac{2}{5}$ に当たる 24 人で、そのうち $\frac{3}{8}$ が男子だった。男子の中で英語の試験が 60 点以上だった生徒が男子全体の $\frac{1}{4}$ を占めていたとき、このクラスの女子の人数として、正しいものはどれか。

1. 20 人 2. 24 人 3. 30 人 4. 32 人 5. 36 人

POINT

① 「全体の量」×「各項目の割合」＝「各項目の量」

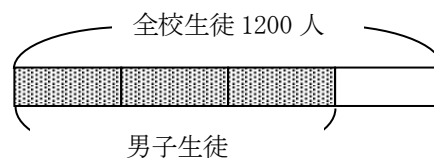
例) 全校生徒が 1200 人の学校がある。その内の $\frac{3}{4}$ が男子生徒であるとき、男子生徒は何人であるか。

解説)

全体の量…1200 人

男子生徒の割合… $\frac{3}{4}$

男子生徒の人数＝ $1200 \times \frac{3}{4} = 900$ (人)



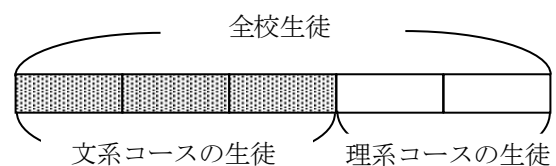
② 「全体の量」＝「各項目の量」÷「各項目の割合」 (①の式を変形したもの)

例) ある学校には、文系コースと理系コースの 2 つのコースがあり、生徒はいずれか 1 つだけのコースを受講している。全校生徒の $\frac{3}{5}$ が文系コースで、理系コースの生徒が 800 人のとき、この学校の生徒全員の人数は何人か。

解説)

文系コースの生徒の割合… $\frac{3}{5}$

理系コースの生徒の割合… $\frac{2}{5}$



「全校生徒の人数」＝「理系コースの人数」÷「理系コースの生徒の割合」

$$= 800 \div \frac{2}{5} = 800 \times \frac{5}{2} = 2000 \text{ (人)}$$

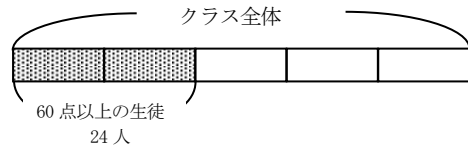
解説 正解 2

(i) クラス全体の人数を求める。

【全体的人数】 = 「クラス全体的人数」

【項目的人数】 = 「60 点以上的人数 (=24 人)」

【項目の割合】 = $\frac{2}{5}$



【全体的人数(クラス全体的人数)] = 【項目的人数(60 点以上的人数)] ÷ 【項目の割合]

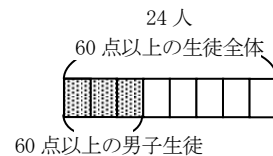
$$\text{「クラス全体的人数」} = 24 \div \frac{2}{5} = 24 \times \frac{5}{2} = 60 (\text{人})$$

(ii) 60 点以上の男子生徒の人数を求める。

【全体的人数】 = 「60 点以上的人数 (=24 人)」

【項目的人数】 = 「60 点以上の男子生徒の人数」

【項目の割合】 = $\frac{3}{8}$



【項目的人数(60 点以上の男子生徒の人数)] = 【全体的人数(60 点以上的人数)] × 【項目の割合]

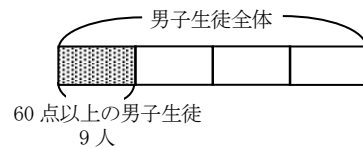
$$\text{「60 点以上の男子生徒の人数」} = 24 \times \frac{3}{8} = 9 (\text{人})$$

(iii) 男子生徒全体の人数を求める。

【全体的人数】 = 「男子生徒全体的人数」

【項目的人数】 = 「60 点以上の男子生徒の人数 (=9 人)」

【項目の割合】 = $\frac{1}{4}$



【全体的人数(男子生徒全体的人数)] = 【項目的人数(60 点以上の男子生徒の人数)] ÷ 【項目の割合]

$$\text{「男子生徒全体的人数」} = 9 \div \frac{1}{4} = 9 \times \frac{4}{1} = 36 (\text{人})$$

(i) より、クラス全体の人数が 60 人、(iii) より男子生徒全体の人数が 36 人なので、女子生徒全体の人数は、 $60 - 36 = 24 (\text{人})$ となる。よって、正解は 2 となる。

例題3 割合(増減)

難 A

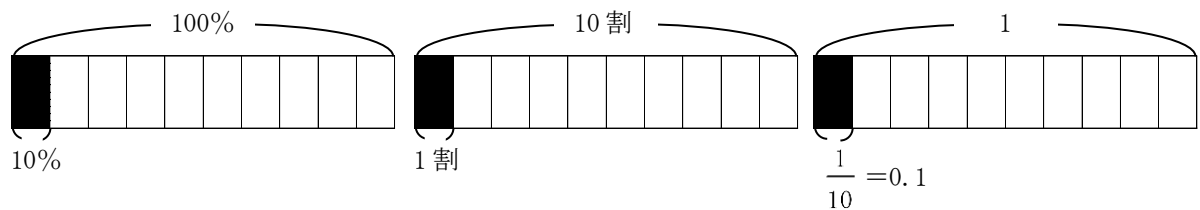
A, B 2 種類のジュースがあり, 昨日は合わせて 400 本が売れた。今日売れたジュースの本数は昨日に比べ A が 20%, B が 10%それぞれ減り, 合わせて 330 本であった。今日売れたジュース A, B それぞれの本数として正しいものはどれか。

1. A : 120 本, B : 210 本
2. A : 200 本, B : 130 本
3. A : 240 本, B : 90 本
4. A : 300 本, B : 10 本
5. A : 300 本, B : 100 本

POINT

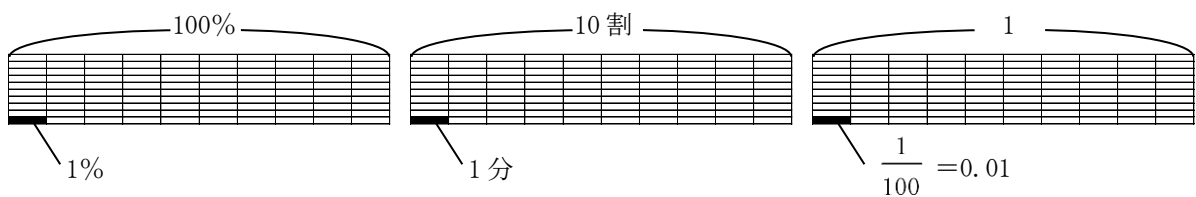
① 割合の表し方

割合の表し方には, 全体を 100 とおいたもの(%), 全体を 10 とおいたもの(割), 全体を 1 とおいたものがある。10%, 1 割, $\frac{1}{10}$, 0.1 は, すべて同じ割合を表している。



また, 「1 割」の 10 分の 1 の事を「1 分」という。

1%, 1 分, $\frac{1}{100}$, 0.01 は, すべて同じ割合を表している。



$$1\% = 1 \text{ 分} = \frac{1}{100} = 0.01 \quad 2\% = 2 \text{ 分} = \frac{2}{100} = 0.02 \quad 5\% = 5 \text{ 分} = \frac{5}{100} = 0.05$$

$$10\% = 1 \text{ 割} = \frac{1}{10} = 0.1 \quad 20\% = 2 \text{ 割} = \frac{2}{10} = 0.2 \quad 50\% = 5 \text{ 割} = \frac{5}{10} = 0.5$$

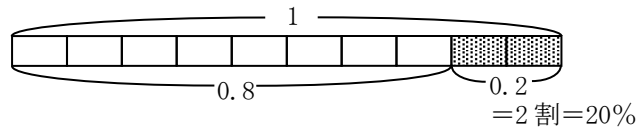
例) 2000 円の 3% $\cdots 2000 \times 0.03 = 60$ (円), 6000 円の 2 割 $\cdots 6000 \times 0.2 = 1200$ (円)

② 割引き、割増しの計算

例) 2 割引き (=20%引き)

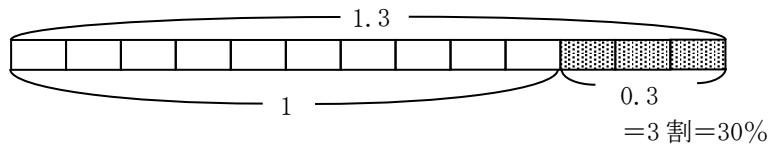
2 割引や、20%引きの場合、**全体を 1 とした割合**で考えると計算しやすい。

2 割は「全体を 1 としたときの割合」では 0.2 なので、**全体を表す 1 から 0.2 を引いた 0.8**が「2 割引き (20%引き)」の割合を表したことになる。



例) 3 割増し (=30%増し)

同様に、3 割増しや 30%増しの場合、**全体を表す 1 に 0.3 を足した 1.3**が「3 割増し (30%増し)」の割合を表したことになる。



1%増し = 1 分増し = $(1 + 0.01) = 1.01$ 5%増し = 5 分増し = $(1 + 0.05) = 1.05$

10%増し = 1 割増し = $(1 + 0.1) = 1.1$ 20%増し = 2 割増し = $(1 + 0.2) = 1.2$

1%引き = 1 分引き = $(1 - 0.01) = 0.99$ 5%引き = 5 分引き = $(1 - 0.05) = 0.95$

10%引き = 1 割引き = $(1 - 0.1) = 0.9$ 20%引き = 2 割引き = $(1 - 0.2) = 0.8$

例) 500 円の 3 割引きの求め方

その 1 : 500 円の 3 割 (=0.3) が、 $500 \times 0.3 = 150$ (円) となる。

500 円から 3 割の 150 円を引くと、500 円の 3 割引となる。

$500 - 150 = 350$ (円)

その 2 : 全体の 1 から 3 割 (=0.3) を引いて、残った 7 割 (=0.7) を 500 円にかけると、500 円の 3 割引きとなる。

$500 \times 0.7 = 350$ (円)

.....

解説 正解 3

昨日売れた A, B のジュースの本数をそれぞれ, a 本, b 本とする。

今日売れたジュースの本数は昨日に比べ A が 20%, B が 10% それぞれ減ったので, A が $(1-0.2) \times a = 0.8a$ (本), B が $(1-0.1) \times b = 0.9b$ (本) となる。

	A	B	合計
昨日	a 本	b 本	400 本
今日	$0.8a$ 本	$0.9b$ 本	330 本

昨日売れたジュースの本数の合計と, 今日売れたジュースの本数の合計において式を立てると,

$$a+b=400 \cdots \textcircled{1}$$

$$0.8a+0.9b=330 \cdots \textcircled{2}$$

となる。

$$\textcircled{2} \times 10 - \textcircled{1} \times 8 \text{ より}$$

$$8a+9b=3300 \cdots \textcircled{2} \times 10$$

$$-) 8a+8b=3200 \cdots \textcircled{1} \times 8$$

$$b=100$$

$b=100$ を $\textcircled{1}$ に代入すると, $a+100=400$ より, $a=300$ となる。

よって, 今日売れたジュースの本数は, A が $0.8a=0.8 \times 300=240$ 本, B が $0.9b=0.9 \times 100=90$ 本となるので, 正解は 3 となる。

例題4 利益

難 B

7,200 円で品物をいくつか仕入れ、1 個あたり 600 円で全部売って、仕入れ総額の 25% の利益を見込んだ。しかし、実際には何個かを 600 円で売り、残りを 5% 値引きして売ったため、全体で仕入れ総額の 20% の利益しか得られなかった。このとき、600 円で売った品物の個数として、正しいものはどれか。

1. 1 個 2. 2 個 3. 3 個 4. 4 個 5. 5 個

POINT

① 単語の説明

原価・・・品物を仕入れたときの価格（仕入れ値）

定価・・・売ろうと決めていた価格

例) 「原価の 30% の利益を見込んで定価をつけた」 場合、定価は原価の 30% 増しになるので、

$[\text{定価}] = [\text{原価}] \times 1.3$ となる。

売価・・・実際に売れた価格

(定価の値段で売れば定価と同じ値段が売価、定価を値引きして売れば売った値段が売価となる)

例) 「定価の 2 割引きで売った」 場合、売価は定価の 2 割引きになるので、

$[\text{売価}] = [\text{定価}] \times 0.8$ となる。

② $[\text{利益}] = [\text{売価}] - [\text{原価}]$

1 個あたりの原価	1 個あたりの利益
1 個あたりの売価（実際に売った価格）	

例) ある品を 500 円で仕入れ、20% の利益を見込んで定価をつけたが、売れなかったので定価の 1 割引きで売った。このときの利益を求めよ。

解説) 「20% の利益を見込んで定価をつける」 $\Rightarrow$ 「原価の 20% 増が定価」

「定価」 = 「原価」 $\times 1.2 = 500 \times 1.2 = 600$ (円) となる。

「売価は定価の 1 割引き」 なので、「売価」 = 「定価」 $\times 0.9 = 600 \times 0.9 = 540$ (円) となる。

「利益 = 売価 - 原価」 より、「利益」 = $540 - 500 = 40$ (円) となる。

原価 (500 円)	利益 (40 円)
売価 (540 円)	

③ 「総利益」 = 「総売上」 - 「原価の合計」

原価の合計	総利益
総売上（実際に売った価格）	

(i) 当初の見込んでいた利益より、式を立てる。

「見込みの総利益」は、仕入れ総額の 25% なので、 $7200 \times 0.25 = 1800$ 円となる(※下記参照)。

よって、**[見込みの総売上]=[原価の合計]+[見込みの総利益]** $= 7200 + 1800 = 9000$ (円) となる。

また、1 個 600 円で x 個売ったとすると、見込みの総売上は $600x$ (円) となる。

よって、 $600x = 9000$ より、 $x = 15$ (個) となる。

当初は、**15 個仕入れ**、15 個全てを 600 円で売って 1800 円の利益を見込んでいたことになる。

原価の合計(仕入れ総額) 7200 円	見込みの総利益 = 仕入れ総額の 25% = 1800 (円)
総売上(見込み) = (1 個あたり 600 円) $\times x$ (個) = 9000 (円)	

(ii) 実際に得た利益より、式を立てる。

仕入れ総額は 7200 円変わらない。

[実際の総利益]は、仕入れ総額の 20% なので、 $7200 \times 0.2 = 1440$ (円) となる。

次に、実際の総売上を考える。600 円の 5% 引きは、 $600 \times 0.95 = 570$ (円) となる(※下記参照)。1 個 600 円で売った分と、1 個 570 円で売った分を合わせると、実際の総売上となる。

全部で 15 個仕入れているので、1 個 600 円で y 個売ったとすると、1 個 570 円では $(15 - y)$ 個売ったことになる。よって、実際の総売上は、 $600y + 570(15 - y)$ (円) となる。

[実際の総売上]=[原価の合計]+[実際の総利益] より、 $600y + 570(15 - y) = 7200 + 1440$ となり、これを整理して $30y = 90$ となり、 $y = 3$ (個) となる。よって、正解は 3 となる。

原価の合計(仕入れ総額) 7200 円	実際の総利益 = 仕入れ総額の 20% = 1440 円
実際の総売上 $\left\{ \begin{array}{l} \text{売上①: (1 個あたり 600 円)} \times y \text{ (個)} \\ \text{売上②: (1 個あたり 570 円)} \times (15 - y) \text{ (個)} \end{array} \right.$	

※ 25% は全体の半分 (50%) のさらに半分 ($= \frac{1}{4}$) となるので、 $7200 \times \frac{1}{4} = 1800$ 円と計算してもよい。

※ 600 円の 10% は 60 円なので、5% は 60 円の半分の 30 円となる。

よって、600 円の 5% 引きを、 $600 - 30 = 570$ (円) と計算してもよい。

兄と弟の貯金額の比は5:3であった。ところが、兄はそこから7,500円使い、弟は逆に1,000円貯金したので、兄と弟の貯金額の比は3:4になった。兄の初めの貯金額として、正しいものはどれか。

1. 10,000円 2. 12,500円 3. 15,000円 4. 17,500円 5. 20,000円

POINT

① 外項の積と内項の積

外項の積と内項の積は等しくなる

$$a:b=x:y \Leftrightarrow a \times y = b \times x$$

$$a:b=x:y$$

② 比を文字式にする

方程式を立てるときは、比を文字式にしておくといよい。

例) 兄と弟の貯金額の比が2:3のとき、兄の貯金額=2x、弟の貯金額=3xとおける。

③ 逆比

$a:b$ の逆比は、 $b:a$ もしくは、 $\frac{1}{a}:\frac{1}{b}$ となる。

$a:b:c$ の逆比は、 $\frac{1}{a}:\frac{1}{b}:\frac{1}{c}$ となる。

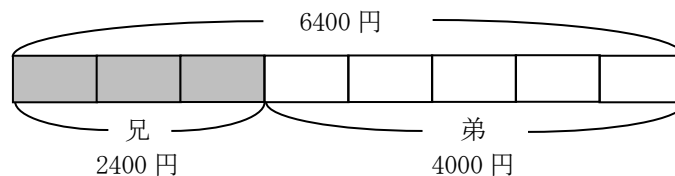
例) $A:B=2:1$ の逆比は、 $A:B=1:2$ となる。

例) $A:B:C=2:3:4$ の逆比は、 $A:B:C=\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$ となり、この比を12倍すると $A:B:C=6:4:3$ となる。

④ 比の配分

$a:b$ に配分する $\Rightarrow \frac{a}{a+b}$ と $\frac{b}{a+b}$ に分ける。

例) 6400円を兄と弟で3:5に分けると、兄の金額は $6400 \times \frac{3}{3+5} = 6400 \times \frac{3}{8} = 2400$ (円) となる。



解説 正解 3

兄と弟の初めの貯金額の比は $5:3$ だったことから、兄の貯金額を $5m$ (円)、弟の貯金額を $3m$ (円) とする。

ここから、兄は 7,500 円使い、弟は 1,000 円貯金したので、兄の貯金額は $5m-7500$ (円)、弟の貯金額は $3m+1000$ (円) となる。

このときの貯金額の比が $3:4$ になるので、 $(5m-7500):(3m+1000)=3:4$ が成り立ち、内項の積＝外項の積より、 $3(3m+1000)=4(5m-7500)$ となる。

これを解くと、 $m=3000$ となり、兄の初めの貯金額 $5m=5\times 3000=15000$ (円) になる。

よって、正解は 3 となる。

A, B, C の3社で新規事業計画を立案した。この事業計画における出資額の総額は1,650万円であり、出資額の比率については、 $A : B = 5 : 4$ 、 $B : C = 2 : 1$ であった。このとき、A社の出資額はいくらか。但し、出資額の総額はすべて3社の出資によってまかなわれるものとする。

1. 600万円 2. 650万円 3. 700万円 4. 750万円 5. 800万円

POINT

● 連比…複数の比の式を1つにつなぐこと

例) $A : B = 2 : 3$ 、 $B : C = 5 : 4$ のとき、 $A : B : C$ の比を求めよ。

Bの比の数を3と5の最小公倍数である15に揃えるために、 $A : B = 2 : 3$ の比を5倍して、 $A : B = 10 : 15$ 、 $B : C = 5 : 4$ の比を3倍して、 $B : C = 15 : 12$ とする。

Bの数字がともに最小公倍数15になったので、 $A : B = 10 : 15$ と $B : C = 15 : 12$ を合わせて $A : B : C = 10 : 15 : 12$ となる。

$$\begin{array}{rcl}
 A & : & B & : & C \\
 2 & : & 3 & & \leftarrow \times 5 \\
 & & 5 & : & 4 \leftarrow \times 3 \\
 \hline
 10 & : & 15 & & \\
 & & 15 & : & 12 \\
 \hline
 10 & : & 15 & : & 12
 \end{array}$$

解説 正解 4

$$A : B = 5 : 4$$

$$B : C = 2 : 1$$

「B」の比を「4」と「2」の最小公倍数の「4」にすると、次のように $A : B : C = 5 : 4 : 2$ となる。

$$\begin{array}{rcl} A & : & B : C \\ 5 & : & 4 \\ & & \underline{2 : 1} \quad \leftarrow \times 2 \\ 5 & : & 4 \\ & & \underline{4 : 2} \\ 5 & : & 4 : 2 \end{array}$$

よって、それぞれの出資額は、A が $5m$ 万円、B が $4m$ 万円、C が $2m$ 万円と表され、出資額の総額は1650 万円であるので、 $5m + 4m + 2m = 1650 \cdots \textcircled{1}$ が成り立つ。

①を整理すると、 $11m = 1650$ となり、これを解くと、 $m = 150$ となる。したがって、A 社の出資額は $5m = 5 \times 150 = 750$ (万円) となる。

秋田君がこれまでに受けた8回のテストの結果は、次の表の通りであった。この後、2回テストを受けて、全10回の平均点を80点とするためには、この後2回で平均何点を取ればよいか。

回	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
点数	75	86	73	67	92	78	76	85	?	?

1. 82点 2. 83点 3. 84点 4. 85点 5. 86点

POINT

- ① $[\text{平均値}] = \frac{[\text{データの合計}]}{[\text{データの個数}]}$ より、 $[\text{データの合計}] = [\text{平均値}] \times [\text{データの個数}]$ となる。

例) A, B, C の3人で夕食を食べた。A, B, C が払った平均の金額は2500円だった。3人が払った金額の合計は何円か。

解説) $[\text{金額の合計}] = [\text{平均金額}] \times [\text{人数}]$ より、 $[\text{金額の合計}] = 2500 \times 3 = 7500$ (円) となる。

- ② 平均が出てくる問題は、 $[\text{データの合計}]$ に関して式を立てるのが基本である。
- ③ データの数値が与えられているときは、平均と各データとの差をとるとよい。
- 「平均と各データとの差」の合計は常に0となる。

例) A, B, C の3人が数学の試験をしたところ、Aが64点、Bが73点、Cが67点であった。

このとき平均点は、 $[\text{平均値}] = \frac{[\text{データの合計}]}{[\text{データの個数}]}$ より、 $\frac{64 + 73 + 67}{3} = 68$ (点) となる。

	A	B	C
実際の点数	64	73	67
平均点との差	-4	+5	-1

A～Cの3人の点数と平均点の68点との差を取ると、それぞれ-4, +5, -1となる。

「平均点と各データの差」を合計すると、 $-4 + 5 - 1 = 0$ となる。

「平均点と各データの差の合計が常に0になる」ことを利用して平均の問題を解くこともできる。

解説 正解 3

9回, 10回の点数を x, y とおく。

[データの合計]=[平均値] $\times$ [データの個数]より, $75+86+73+67+92+78+76+85+x+y=80\times 10$ となる。これを整理して, $x+y=168$ となる。

よって, 9回, 10回の平均点は, $\frac{x+y}{2} = \frac{168}{2} = 84$ (点)となるので, 正解は3となる。

(別解)

[平均と各データとの差]の合計は常に0となることを利用して解く。9回, 10回の点数を x, y とおく。

回	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
点数	75	86	73	67	92	78	76	85	x	y
平均との差	-5	+6	-7	-13	+12	-2	-4	+5	$x-80$	$y-80$

平均と各データの点数との差の合計は, $-5+6-7-13+12-2-4+5+(x-80)+(y-80)=0$ となるので, これを整理すると, $x+y=168$ となる。

よって, 9回, 10回の平均点は, $\frac{x+y}{2} = \frac{168}{2} = 84$ (点)となるので, 正解は3となる。

例題8 仕事算

難 A

ある仕事を仕上げるのに長崎君 1 人で 15 日かかり、佐賀君 1 人で 10 日かかる。この仕事を 2 人で一緒に行うことにしたが、途中で佐賀君が病気で 5 日休んだ。このとき、この仕事が完成するのにかった日数として、正しいものはどれか。

1. 7 日間 2. 8 日間 3. 9 日間 4. 10 日間 5. 11 日間

POINT

① 原則、**総仕事量を 1** とする。

② **単位時間あたりの仕事量** = $\frac{1}{\text{仕事が終わるまでの時間}}$

例) ある仕事を終えるのに A は 3 日、B は 6 日かかる。このとき、この仕事を A と B の 2 人ですると何日かかるか。

解説) 総仕事量を 1 とすると、それぞれの 1 日あたりの仕事量は $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ となる。このとき、A と B の 2 人の 1 日あたりの仕事量は、 $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ となる。



総仕事量を 1 とすると、[1 日あたりの仕事量]の逆数が[仕事を終える日数]になるので、A と B の 2 人で仕事をすると、 $\frac{1}{2}$ の逆数で 2 日かかる ことになる。

	仕事が終わる日数	1 日あたりの仕事量
A	3 日	$\frac{1}{3}$
B	6 日	$\frac{1}{6}$
A と B	2 日	$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$

[1 日あたりの仕事量]は、
足し算で合わせることができる

[1 日あたりの仕事量]と、[仕事が終わる日数]は逆数の関係になっている。

③ **[単位時間あたりの仕事量] × [時間] = [総仕事量]** で式を立てる。

仕事算では、仕事をするメンバーが途中で変わる場合がある。そのような時には、仕事をするメンバーそれぞれの場合において、[単位時間あたりの仕事量] × [時間] を計算し、その合計を[総仕事量]とした式を立てるとよい。

例) ある仕事を終えるのに A は 10 日、B は 5 日かかる。このとき、この仕事を始めは B が 1 人で 2 日間やっていたが、その後 A が加わって 2 人で仕事を終えた。2 人で仕事をしたのは何日か。

解説) 総仕事量を 1 とすると、それぞれの 1 日あたりの仕事量は A が $\frac{1}{10}$ 、B が $\frac{1}{5}$ となる。

このとき、A と B の 2 人の 1 日あたりの仕事量は、 $\frac{1}{10} + \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$ となる。

2 人で仕事をした日数を x 日とすると、 $\frac{1}{5} \times 2 + \frac{3}{10} \times x = 1$ となり、これを解いて $x = \underline{2(\text{日})}$ となる。

④ **[台数] × [1 台の単位時間あたりの仕事量] × [時間] = [総仕事量]** で式を立てる。

仕事算では、人以外に、機械やポンプなど物が仕事をする問題も出題される。

物が仕事をする場合は、物の数(台数や本数)なども考慮する問題が多い。

例) ある仕事を終えるのに、A の機械が 3 台で 5 日、B の機械が 5 台で 2 日かかる。このとき、A と B の機械を 2 台ずつ使うと、何日で仕事を終えることができるか。

解説) 総仕事量を 1、A と B の機械が 1 台で 1 日にする仕事量をそれぞれ a と b とする。

A の機械 3 台で仕事をする 5 日で終わるので、 $3a \times 5 = 1$ となり、 $a = \frac{1}{15}$ となる。

同様に、B の機械 5 台で仕事をする 2 日で終わるので、 $5b \times 2 = 1$ となり、 $b = \frac{1}{10}$ となる。

ここで、A と B の機械を 2 台ずつ使うと x 日で仕事が終わるとすると、 $(2 \times \frac{1}{15} + 2 \times \frac{1}{10}) \times x = 1$ となり、これを解いて、 $x = \underline{3(\text{日})}$ となる。

.....

解説 正解 3

全体の仕事量[総仕事量]を1とする。

長崎君は1日につき $\frac{1}{15}$ の仕事をし、佐賀君は1日につき $\frac{1}{10}$ の仕事をすることから、2人では1日につき $\frac{1}{15} + \frac{1}{10} = \frac{1}{6}$ の仕事をすることになる。

[1日あたりの仕事量]×[日数]=[総仕事量]なので、途中で佐賀君が病気で休むまで2人で x 日仕事をして、その後5日間は長崎君だけで仕事をしたとする。

[2人の1日あたりの仕事量]×[日数]+[長崎君の1日あたりの仕事量]×[日数]=[総仕事量]より、

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{15} \times 5 = 1 \text{ となる。}$$

これを解いて、 $x=4$ となる。よって、2人で4日仕事をし、その後長崎君だけで5日仕事をしたので、全体で $4+5=9$ (日間)かかったことになり、正解は3となる。

(別解)

仕事をした人物別に式を立てると以下のようになる。

途中で佐賀君が病気で休むまで2人で x 日仕事をしたとすると、長崎君は $(x+5)$ 日、佐賀君は x 日仕事をしたことになる。

[長崎君の1日あたりの仕事量]×[長崎君が仕事をした総日数]+[佐賀君の1日あたりの仕事量]×

[佐賀君が仕事をした総日数]=総仕事量(=1)より、 $\frac{1}{15} \times (x+5) + \frac{1}{10} \times x = 1$ となる。

これを解いて、 $x=4$ となる。2人で4日仕事をし、その後長崎君だけで5日仕事をしたので、全体で $4+5=9$ 日間かかったことになり、よって、正解は3となる。

例題9 ニュートン算

難 A

ある遊園地は午前8時開園であるが、それ以前でも300人以上の行列ができた場合には、時間を繰り上げて開園することになっている。ある日、開園前から入園希望者が毎分20人の割合で並びはじめたので、開園時間前に行列が300人となり、その時点で開園した。開園後も同様の割合で行列に加わる者が続いたが、入場口を1つだけ開けたところ、15分で行列は解消した。

もし、開園前に入場口を2つだけ開けたならば、行列が解消するまで何分かかったか。

1. 3分 2. 5分 3. 7分 4. 9分 5. 11分

POINT

① 仕事算・・・基本的に仕事の総量は変わらない

ニュートン算・・・仕事の総量が時間と共に変わる

(仕事を片付けている間にも、一定の速度で新たな仕事が増えたりする)

② ニュートン算の3つの量（主な出題例）

元々ある量	単位時間に減る量	単位時間に増える量
元々水槽に入っている水量	排水口等から出ていく水量	水道や湧き水等で増える水量
元々行列に並んでいる人の人数	窓口で処理される人数	新たに行列に増える人数
元々牧草地に生えている草の量	牛が食べる草の量	新たに生えてくる草の量

③ [元々ある量]+[単位時間に増える量]×[時間]=[単位時間に減る量]×[時間]で式を立てる。

例) ある市役所では、受付開始前に10人が並んでいた。受付開始後には、1分あたり4人ずつ行列に加わり、1つの窓口で1分あたり3人ずつ処理をした。窓口が2つある場合、列に並んでいる人がいなくなるまでに何分かかかるか。

解説) 列に並んでいる人がいなくなるまでに、 x 分かかるとする。

元々ある行列の人数と、 x 分で増える人数の合計は、 $10+4\times x$ (人)・・・①となる。

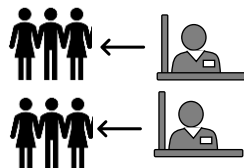
x 分で行列から減る人数は、窓口が2つ、1つの窓口で1分あたり3人ずつ処理するので、 $3\times 2\times x$ (人)・・・②となる。

①=②のとき、ちょうど行列がなくなるので、 $10+4\times x=3\times 2\times x$ より、 $x=\underline{5}$ (分)となる。

1分で

$2\times 3=6$ (人)ずつ

行列の人数が減る



元々の行列の人数 10人

1分で4人ずつ増える

入場口 1 つで 1 分間に a 人ずつ処理できるとする。

[元々の行列の人数] + [1 分間で増える人数] × [時間] = [1 分間で処理して減る人数] × [時間] より、式を立てる。

i) 窓口が 1 つの場合

元々の行列の人数が 300 人、行列に 1 分間で 20 人ずつ増加するので、行列の人数は 15 分間で $300 + 20 \times 15$ (人) となる。一方で、窓口 1 つで 1 分間あたり a 人ずつ処理される場合、 $a \times 15$ (人) ずつ行列が減ることになる。よって、 $300 + 20 \times 15$ (人) と $a \times 15$ (人) が同じ人数になったときにちょうど行列が解消されるので、 $300 + 20 \times 15 = a \times 15$ となる。これを解いて、 $a = 40$ となる。

ii) 窓口が 2 つの場合

窓口 2 つで行列が t 分で解消されたとする。

元々の行列の人数が 300 人、行列に 1 分間で 20 人ずつ増加するので、行列の人数は t 分間で $300 + 20 \times t$ (人) となる。

一方で、i) より、窓口 1 つで 1 分間あたり 40 人ずつ処理されることがわかっている。よって、 t 分間では、窓口 2 つで、 $2 \times 40 \times t$ (人) ずつ行列が減ることになる。

よって、 $300 + 20 \times t$ (人) と $2 \times 40 \times t$ (人) が同じ人数になったときにちょうど行列が解消されるので、 $300 + 20 \times t = 2 \times 40 \times t$ となる。これを解いて $t = 5$ (分) となるので、正解は 2 となる。

【練習編】**練習問題 1 文章題(比)****難 A**

ある1年間において、AとBの収入の比は5:3で、支出の比は9:5であった。2人ともこの1年間で36万円ずつ手元に残ったとき、Aの1年間の収入として、正しいものはどれか。

1. 120万円 2. 180万円 3. 280万円 4. 300万円 5. 360万円

解説 正解 5

AとBの収入の比は5:3なので、AとBの収入をそれぞれ $5x$ と $3x$ とする。

AとBの支出の比は9:5なので、AとBの支出をそれぞれ $9y$ と $5y$ とする。

	A	B
収入	$5x$	$3x$
支出	$9y$	$5y$
手元に残った金額	36万円	36万円

収入－支出＝手元に残った金額なので、

$$5x - 9y = 36 \text{ (万円)} \cdots \textcircled{1}$$

$$3x - 5y = 36 \text{ (万円)} \cdots \textcircled{2}$$

となる。

求めるのはAの収入なので、①、②より y を消して x を求める。

② $\times 9$ －① $\times 5$ より、

$$27x - 45y = 324 \cdots \textcircled{2} \times 9$$

$$-) 25x - 45y = 180 \cdots \textcircled{1} \times 5$$

$$2x = 144$$

$2x = 144$ (万円) より、 $x = 72$ (万円) となる。

よって、Aの収入は、 $5x = 5 \times 72 = 360$ (万円) となるので、正解は5である。

ある資格試験が行われ、全受験者の平均点は 58 点で、合格率は 30%であった。合格者の平均点は、合格最低点より 8 点高く、不合格者の平均点は、合格最低点より 12 点低かったとき、この試験の合格最低点は何点か。

1. 64 点 2. 65 点 3. 66 点 4. 67 点 5. 68 点

解 説 正解 1

合格最低点を x 点とおくと、合格者の平均点は $(x+8)$ 点、不合格者の平均点は $(x-12)$ 点となる。また、受験者全体の人数を y 人とおくと、合格者は y 人の 30%なので $\frac{3}{10}y$ (人)、不合格者は残りの 70%なので $\frac{7}{10}y$ (人) となる。

得点の総和について、[合格者の平均点] $\times$ [合格者の人数] + [不合格者の平均点] $\times$ [不合格者の人数] = [受験者の平均点] $\times$ [受験者の人数] であるから、式を立てると $(x+8) \times \frac{3}{10}y + (x-12) \times \frac{7}{10}y = 58 \times y$ となる。

両辺の分母を払い、さらに y で割ると、 $(x+8) \times 3 + (x-12) \times 7 = 580$ となり、これを解くと $x=64$ となる。

したがって、合格最低点は 64 点となるから、正解は 1 である。

ある会議の資料をコピーするために、AとBの2台のコピー機をレンタルした。Aのコピー機だけを使用すると作業時間は4時間かかるが、AとBの2台を同時に使用すると、2時間40分になることが予想された。最初、Aのコピー機だけで作業したが、しばらくしてBのコピー機が加わって2台で作業を行った。ところが、途中でAのコピー機が故障したため、その後はBのコピー機のみを使用することになり、作業時間は全体で3時間20分となった。Aのコピー機のみで作業を行ったのが80分であったとき、Bのコピー機のみで作業を行った時間は何分であったか。

1. 20分 2. 24分 3. 28分 4. 32分 5. 36分

解説 **正解 1**

全体の作業量を1とすると、Aは240分で作業を終えるので、1分あたりの作業量は $\frac{1}{240}$ 、AとBの2台では160分で作業を終えるので、1分あたりの作業量は $\frac{1}{160}$ となる。

よって、Bの1分あたりの作業量は、 $\frac{1}{160} - \frac{1}{240} = \frac{1}{480}$ となる。

	仕事が終わる時間	1分あたりの仕事量
A	240分	$\frac{1}{240}$
B		$\frac{1}{480}$
AとB	160分	$\frac{1}{160}$

Bのコピー機だけを使用した時間を x 分とすると、Aのコピー機だけを使用した時間が80分、全体の作業時間が200分なので、AとBの2台のコピー機だけを使用した時間は $(200-80-x)$ 分となる。

単位時間あたりの仕事量	$\frac{1}{240}$	$\frac{1}{160}$	$\frac{1}{480}$
	Aのみ	AとB	Bのみ
時間	80分	$(200-80-x)$ 分	x 分
	200分		

[1時間あたりの作業量]×[時間]=[総作業量]より以下の式が成り立つ。

$$\frac{1}{240} \times 80 + \frac{1}{160} \times (200 - 80 - x) + \frac{1}{480} \times x = 1$$

これを解いて、 $x=20$ (分)となるので、正解は1となる。

12 人で 15 日かかる仕事がある。この仕事をちょうど 20 日間で完了するよう毎日同じ人数で始めたが、12 日間仕事を終えた時点で、あと 3 日で完了させることになった。13 日目から増やす必要がある人数として、最も妥当なのはどれか。ただし、1 人が 1 日あたりにする仕事量は同じであるものとする。

1. 7 人 2. 9 人 3. 11 人 4. 13 人 5. 15 人

POINT

単位時間あたりの仕事量が同じである人が複数いる場合の仕事算

[人数] × [1 人の 1 日あたりの仕事量] × [日数] = [総仕事量]

例) 3 人で 4 日作業をすると終わる仕事がある。この仕事を 6 人で作業すると何日かかるか。

ただし、1 人が 1 日あたりにする仕事量は同じであるものとする。

総仕事量を 1, 1 人が 1 日でする仕事量を a とする。また、6 人で作業をして x 日で終わるとする。

$$3 \times a \times 4 = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$6 \times a \times x = 1 \cdots \textcircled{2}$$

①より、 $a = \frac{1}{12}$ となり、これを②に代入して $6 \times \frac{1}{12} \times x = 1$ より、 $x = 2$ (日) となる。

解 説 正解 5

総仕事量を 1 とする。

[人数] × [1 人の 1 日あたりの仕事量] × [日数] = [総仕事量]

なので、1 人が 1 日でする仕事量を a とすると、 $12 \times a \times 15 = 1$ となり、 $a = \frac{1}{12 \times 15}$ である。

ここで、この仕事を 20 日で終わらせるのに必要な人数を x (人) とする。

$$x \times \frac{1}{12 \times 15} \times 20 = 1 \text{ より、} x = 9 \text{ (人) となる。}$$

9 人で 12 日間仕事を終え、残り 3 日は y 人追加して $(9+y)$ 人で仕事をして終わらせたとする。

[人数] × [1 人の 1 日あたりの仕事量] × [日数] = [総仕事量]

なので、

$$9 \times \frac{1}{12 \times 15} \times 12 + (9+y) \times \frac{1}{12 \times 15} \times 3 = 1 \text{ となり、これを解いて、} y = 15 \text{ (人) となる。}$$

よって、正解は 5 である。

ある水槽には、たえず一定量の水が流れこむようになっており、水を抜くための同じ蛇口が5個ついている。いま、満水の状態から、2個の蛇口を開いて水を抜くと30分で水槽は空になる。また、満水の状態から、3個の蛇口を開いて水を抜くと18分で水槽は空になる。では、満水の状態から、5個すべての蛇口を開いて水を抜くとするとなら分でこの水槽は空になるか。

1. 5分 2. 6分 3. 10分 4. 12分 5. 15分

解 説 **正解 3**

[元々の水の量=満水]+[1分間で増える水量]×[時間]=[1分間で減る水量]×[時間]より、式を立てる。

1つの蛇口から1分あたりに抜く水の量を x 、1分あたりに流れこむ水量を y 、満水の量を z とする。

2個の蛇口で水を抜くと1分あたりに $2x$ 、3個の蛇口で水を抜くと1分あたりに $3x$ 、5個の蛇口で水を抜くと1分あたりに $5x$ の水が減ることになる。

ここで、5個の蛇口から水を抜くと t (分)で水槽が空になるものとする。

$$2\text{個の蛇口から水を抜く場合, } z+y \times 30 = 2x \times 30 \cdots \textcircled{1}$$

$$3\text{個の蛇口から水を抜く場合, } z+y \times 18 = 3x \times 18 \cdots \textcircled{2}$$

$$5\text{個の蛇口から水を抜く場合, } z+y \times t = 5x \times t \cdots \textcircled{3} \text{となる。}$$

①-②より、 $x=2y$ となる。

①-③より、 $y(30-t)=x(60-5t)$ となる。

ここに、 $x=2y$ を代入すると、 $y(30-t)=2y(60-5t)$ となり、両辺を y で割ると、 $30-t=2(60-5t)$ となる。これを解いて、 $t=10$ (分)となる。よって、正解は3である。

— MEMO —

ミニテスト 問題

【問題】 ある企業では、事務職と営業職の社員数の比が $7:2$ であったが、営業力強化のために事務職から営業職へ5人を配転し、さらに、営業職として3人を新規に雇い入れた。その結果、事務職と営業職の社員数の比が $12:5$ になった。このとき、現在の事務職と営業職の社員数の合計として、正しいのはどれか。

1. 85 人
2. 102 人
3. 119 人
4. 136 人
5. 153 人

【解答】 2**【解説】 テーマ：比**

もとの事務職社員数を $7x$ (人)、営業職社員数を $2x$ (人)とする。そして、事務職社員は 5 人減り $(7x-5)$ 人に、営業職社員は計 8 人増え $(2x+8)$ 人になることから、 $(7x-5) : (2x+8) = 12 : 5$ が成り立つ。

この式を解くと、次のようになる。

$$(7x-5) : (2x+8) = 12 : 5$$

$$12 \times (2x+8) = 5 \times (7x-5)$$

$$24x+96=35x-25$$

$$11x=121$$

$$x=11$$

よって、現在の社員の合計は $(7 \times 11 - 5) + (2 \times 11 + 8) = 72 + 30 = 102$ (人)となるので、正解は 2 となる。