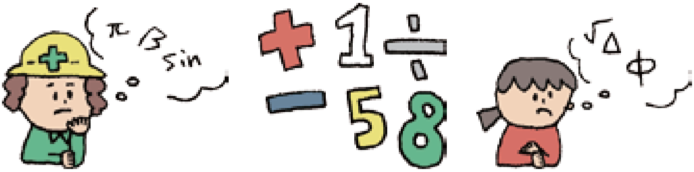
21年目標　TAC電験三種講座
電気数学　体験教材

第 **3** 部

電験のための数学編



ページ順が違いますが、講義に合わせています。

SECTION 04

一次方程式

このSECTIONで学習すること

1 一次方程式

- 一次方程式とは
- 一次方程式の解き方

2 連立方程式

- 連立方程式とは
- 連立方程式の解き方(代入法)
- 連立方程式の解き方(加減法)

1 一次方程式

一方の辺の項を符号を変えて他の辺に移す(移項)と便利！

Ⅰ 一次方程式とは

値のわからない文字（未知数）を含む等式を**方程式**（ほうていしき）といいます。方程式の左側の辺を**左辺**，右側の辺を**右辺**といいます。また，方程式を成り立たせる未知数の値（方程式の解）を求めることを**方程式を解く**といいます。未知数の次数が1である方程式を**一次方程式**といいます。

板書 一次方程式の例

$$\underbrace{x - 2}_{\text{左辺}} = \underbrace{3}_{\text{右辺}}$$

未知数の次数が1なので，一次方程式

ひとこと

方程式を解くときは，基本的に，未知数が左辺にあるようにします。

ひとこと

特に，未知数が2つの一次方程式を二元一次方程式，未知数が3つの一次方程式を三元一次方程式といいます。

Ⅱ 一次方程式の解き方

1 等式の性質

一次方程式を解くには，次の4つの等式の性質を使います。

板書 一次方程式の解き方（等式の性質）

①等式の両辺に同じ数を加えても，等式は成り立つ。
②等式の両辺から同じ数を引いても，等式は成り立つ。
③等式の両辺に同じ数を掛けても，等式は成り立つ。
④等式の両辺を同じ数で割っても，等式は成り立つ。

基本例題 一次方程式 1

次の方程式を解きなさい。

(1) $x-3=5$　　(2) $x+3=5$

(3) $\frac{x}{3}=5$　　(4) $3x=15$

解答

(1) $x-3=5$

$x-3+3=5+3$ ← 両辺に3を加える

$x=5+3$

$x=8$…答

(2) $x+3=5$

$x+3-3=5-3$ ← 両辺から3を引く

$x=5-3$

$x=2$…答

(3) $\frac{x}{3}=5$

$\frac{x}{3}\times 3=5\times 3$ ← 両辺に3を掛ける

$x=15$…答

(4) $3x = 15$

$$\frac{3x}{3} = \frac{15}{3}$$ ← 両辺を3で割る

$x = 5$ …答

また，移項を使うと早く方程式を解くことができます。

板書 移項（いこう）

移項 …一方の辺の項を，符号を変えて他の辺に移すこと。

移項を使うと

基本例題 (1) は

$$x - 3 = 5$$
$$x = 5 + 3$$ −3を+3に
$$x = 8$$

基本例題 (2) は

$$x + 3 = 5$$
$$x = 5 - 3$$ +3を−3に
$$x = 2$$

2 一次方程式の解き方

一次方程式は，基本的に等式の性質①〜④を組み合わせることで解くことができます。

基本例題 一次方程式 2

次の方程式を解きなさい。

(1) $4 - 3x = 13$　　(2) $2x + 3 = 4x - 5$

(3) $\dfrac{x-1}{2} - \dfrac{2x+1}{3} = 0$　　(4) $\dfrac{1}{x} = \dfrac{2}{x+1}$

解答

(1) $4-3x=13$ ← 左辺の4を右辺に移項する

$-3x=9$ ← 両辺を-3で割る

$x=-3$…答

ひとこと

一次方程式の解き方は1つだけではありません。たとえば，左辺の$-3x$を右辺に，右辺の13を左辺に移項しても解くことができます。
その場合も，解は$x=-3$と書き表します。

(2) $2x+3=4x-5$ ← 左辺の3と右辺の4xを移項する

$-2x=-8$ ← 両辺を-2で割る

$x=4$…答

(3) $\dfrac{x-1}{2}-\dfrac{2x+1}{3}=0$ ← 両辺に6を掛ける

$3(x-1)-2(2x+1)=0$

$3x-3-4x-2=0$

$-x-5=0$

$x=-5$…答

ひとこと

xの係数に分数が含まれていると方程式が解きづらいので，2と3の最小公倍数である6を両辺に掛けることで，分母の2と3を消去します。

(4) $\dfrac{1}{x}=\dfrac{2}{x+1}$ ← 両辺にx(x+1)を掛ける

$x+1=2x$

$x=1$…答

ひとこと

分母に未知数xが含まれている場合も，同様に，分母の最小公倍数を両辺に掛けることで，方程式を解きやすくします。

SECTION 01

分数の計算

このSECTIONで学習すること

1 分数の四則計算

- 分数の足し算
- 分数の引き算
- 分数の掛け算
- 分数の割り算

2 繁分数の計算

- 繁分数の計算

3 比の計算

- 比の値
- 比の計算

1 分数の四則計算

通分と約分を押さえよう！

電験の学習では，分数の計算がつまずきの大きな原因となることがあります。基本例題を通して，四則計算を確認しましょう。

Ⅰ 分数の足し算

分数の足し算において，分母がそろっていないときは，分母をそろえて（通分して）から計算します。

基本例題 分数の足し算

以下の計算をしなさい。

(1) $\dfrac{2}{5}+\dfrac{1}{5}$　　(2) $\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}$

解答

分母が同じ数のときは，分子のみを足し算する

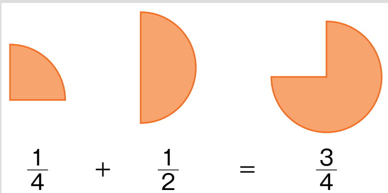
(1) $\dfrac{2}{5}+\dfrac{1}{5}=\dfrac{3}{5}$…答

分母が同じになるように分子，分母に2を掛ける

(2) $\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1\times 2}{2\times 2}=\dfrac{1}{4}+\dfrac{2}{4}=\dfrac{3}{4}$…答

ひとこと

$\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}$が$\dfrac{2}{6}$とはなりません。分母はそろえるだけでいいので，足し算は分子だけします。



Ⅱ 分数の引き算

分数の引き算においても，分母がそろっていないときは，通分してから計算します。

基本例題 分数の引き算

以下の計算をしなさい。

(1) $\dfrac{5}{6}-\dfrac{3}{6}$ (2) $\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{5}$

解答

(1) $\dfrac{5}{6}-\dfrac{3}{6}=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$…答

(2) $\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{5}=\dfrac{2\times5}{3\times5}-\dfrac{1\times3}{5\times3}=\dfrac{10}{15}-\dfrac{3}{15}=\dfrac{7}{15}$…答

分母がそろう
ように計算する

Ⅲ 分数の掛け算

分数の掛け算は，分母どうし，分子どうしを掛け算して計算します。約分できる場合は，計算の途中で行うと効率的です。

基本例題 分数の掛け算

以下の計算をしなさい。

(1) $\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{10}$ (2) $\dfrac{2}{5}\times10$

解答

(1) $\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{10}=\dfrac{\cancel{2}}{5}\times\dfrac{1}{\underset{5}{\cancel{10}}}=\dfrac{1}{5}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{1}{25}$…答

(2) $\dfrac{2}{5}\times10=\dfrac{2}{\cancel{5}}\times\dfrac{\overset{2}{\cancel{10}}}{1}=\dfrac{2}{1}\times\dfrac{2}{1}=4$…答

Ⅳ 分数の割り算

分数の割り算は，割る数の分母と分子をひっくり返してから，掛け算をして計算します。

基本例題　分数の割り算

以下の計算をしなさい。

(1) $\dfrac{2}{5} \div \dfrac{1}{5}$　　(2) $\dfrac{2}{5} \div 5$

解答

分母と分子をひっくり返す

(1) $\dfrac{2}{5} \div \dfrac{1}{5} = \dfrac{2}{\cancel{5}} \times \dfrac{\cancel{5}}{1} = 2$ …答

(2) $\dfrac{2}{5} \div 5 = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{1}{5} = \dfrac{2}{25}$ …答

ひとこと

なぜ分数の割り算は，割る数の分母と分子をひっくり返してから，掛け算すると計算できるのでしょうか？

$$\frac{2}{5} \div \frac{1}{5} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{5}}$$

割り算を分数の形で表現

$$= \frac{\frac{2}{5} \times \frac{5}{1}}{\frac{1}{5} \times \frac{5}{1}}$$

分母・分子に同じ数を掛けても等しい

$$= \frac{\frac{2}{5} \times \frac{5}{1}}{1}$$

分母は1になったが，分子の掛け算は残る

$$= \frac{2}{5} \times \frac{5}{1}$$

2 繁分数の計算

分母・分子に分数がある分数

繁分数（はんぶんすう）とは，分数の分母や分子に，さらに分数がある分数をいいます。繁分数の計算では，なるべく分母が消えるように，分母と分子に同じ数を掛けて計算します。

繁分数の計算で，分母または分子に長い式がある場合は，それを先に計算します。

基本例題　　繁分数の計算

以下の計算をしなさい。

(1) $\dfrac{\frac{5}{7}}{\frac{2}{3}}$　　　(2) $\dfrac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}$

解答

(1) $$\dfrac{\frac{5}{7}}{\frac{2}{3}} = \dfrac{\frac{5}{7}\times\frac{3}{2}}{\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}} = \frac{5}{7}\times\frac{3}{2} = \frac{15}{14}$$ …答

分母が1になるような数を分母と分子に掛ける

(2) $$\dfrac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}} = \dfrac{1}{\frac{1\times6}{2\times6}+\frac{1\times4}{3\times4}+\frac{1\times3}{4\times3}} = \dfrac{1}{\frac{6}{12}+\frac{4}{12}+\frac{3}{12}} = \dfrac{1}{\frac{13}{12}}$$

通分する　　まず，分母を足し算する

$$= \dfrac{1\times\frac{12}{13}}{\frac{13}{12}\times\frac{12}{13}} = 1\times\frac{12}{13} = \frac{12}{13}$$ …答

分母が1になるように$\frac{12}{13}$を掛けている

3 比の計算

比と分数の関係をおさえよう！

電験では，比の計算をよく使います。分数を比に直したり，比を分数に直したりできるようにしましょう。

I 比の値

$a : b$の**比の値**は，$a \div b$で求められます。つまり$\dfrac{a}{b}$です。2：1の比の値は，2が1の何倍であるかを表しています。「：」は「対(たい)」と読み，2：1は「二対(にたい)一(いち)」と読みます。また，2や1を**比の項(こう)**といいます。

基本例題　比の値

以下の比の値を求めなさい。

(1)　3：4　　(2)　6：8

(3)　$\dfrac{1}{2} : \dfrac{5}{7}$

解答

(1)　3：4の比の値は，$3 \div 4 = \dfrac{3}{4}$…答

(2)　6：8の比の値は，$6 \div 8 = \dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4}$…答

(3)　$\dfrac{1}{2} : \dfrac{5}{7}$の比の値は，$\dfrac{1}{2} \div \dfrac{5}{7} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{7}{5} = \dfrac{7}{10}$…答

Ⅱ 比の計算

比の計算は，内項の積＝外項の積で解くことができます。

板書 比の計算

外項の積

$$A : B = C : D$$

内項の積

⇩

$$\underline{A \times D} = \underline{B \times C}$$

比の外側どうしを掛けたものと，
内側どうしを掛けたものは等しくなる

連比（れんぴ）とは，A：B：Cのように，3つ以上の項がある比をいいます。

板書 連比

$$\underline{A : B} : C = \underline{D : E} : F$$

⇩ 連比は，一部の関係を取り出すことができる

$$A : B = D : E$$

基本例題 比の計算

以下のxおよびsを求めなさい。

(1)　$x : 3 = 4 : 9$

(2)　$700 : 35 : 665 = 1 : s : (1 - s)$

解答

(1)　$x : 3 = 4 : 9$

$x \times 9 = 3 \times 4$

$9x = 12$ ← 左辺で外項の積，右辺で内項の積を計算する

$$x = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \cdots \text{答}$$

(2) $\underset{\sim\sim\sim}{700 : 35} : 665 = \underset{\sim\sim}{1 : s} : (1 - s)$ より，波線部を取り出す。

$700 : 35 = 1 : s$

$700s = 35$ ← 左辺で外項の積，右辺で内項の積を計算する

$$s = \frac{35}{700} = \frac{1}{20} = 0.05 \cdots \text{答}$$

SECTION 02

平方根と指数

このSECTIONで学習すること

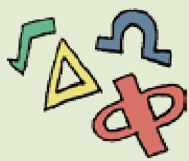
1 平方根
・平方根とは
・平方根の掛け算・割り算
・平方根の足し算・引き算
・有理化

2 指数の使い方
・指数とは
・負の指数

3 累乗の計算
・累乗の掛け算
・累乗の割り算
・累乗の累乗
・指数の分配法則
・ゼロ乗の計算
・注意すべき計算

4 分数･小数の指数
・分数・小数の指数

5 単位
・単位の換算



1 平方根

3を2回掛けたら9になる！

I 平方根とは

2乗する（2つ同じ数を掛け算する）とaになる数を**aの平方根**といいます。aの平方根には正の平方根$\sqrt{a}$と負の平方根$-\sqrt{a}$があります。**$\sqrt{\ }$**を**根号**（こんごう）といい，**ルート**と読みます。

板書 平方根

平方根…同じ数を2回掛け算してaになる数

たとえば…

$\sqrt{25} = \sqrt{5 \times 5} = (\sqrt{5})^2 = 5$

25は5を2回掛けたものなので，$\sqrt{\ }$を外して5になる

ひとこと

0の平方根は0だけです。

基本例題 平方根

以下の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{4}$　(2) $\sqrt{9}$

(3) $(\sqrt{4})^2$　(4) $(\sqrt{9})^2$

解答

(1) $\sqrt{4} = \sqrt{2 \times 2} = 2$…答

(2) $\sqrt{9} = \sqrt{3 \times 3} = 3$…答

(3) $(\sqrt{4})^2 = 4$…答

(4) $(\sqrt{9})^2 = 9$…答

板書 覚えておくと便利な平方根の値

覚え方

☆$\sqrt{2} \fallingdotseq 1.414$ （一夜一夜〈ひとよひとよ〉）

☆$\sqrt{3} \fallingdotseq 1.732$ （人並〈ひとな〉みに）

☆$\sqrt{5} \fallingdotseq 2.236$ （富士山麓〈ふじさんろく〉）

Ⅱ 平方根の掛け算・割り算

平方根の掛け算や割り算は，1つの平方根として表すことができます。

また，$\sqrt{}$のなかに2乗した数が入っているときは，$\sqrt{}$の外に出すことができます。

板書 平方根の掛け算・割り算

$(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = a$

$\sqrt{a^2 \times b} = a\sqrt{b}$

2乗した数が入っているときは$\sqrt{}$を外したり，外へ出したりできる

$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

$\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

$\sqrt{}$のなかにある数はそのまま掛けたり割ったりすることができる

基本例題　平方根の掛け算・割り算

以下の計算をしなさい。

(1)　$\sqrt{2}\times\sqrt{3}$　　(2)　$\sqrt{6}\div\sqrt{3}$

(3)　$\sqrt{8}$　　(4)　$\sqrt{0.08}$

解答

(1)　$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{2\times 3}=\sqrt{6}$ …答

(2)　$\sqrt{6}\div\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{6}{3}}=\sqrt{2}$ …答

(3)　$\sqrt{8}=\sqrt{4\times 2}=\sqrt{2^2\times 2}=2\sqrt{2}$ …答

(4)　$\sqrt{0.08}=\sqrt{\dfrac{8}{100}}=\sqrt{\dfrac{2}{25}}=\sqrt{\dfrac{2}{5^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{5}$ …答

ひとこと

たとえば$\sqrt{180}$について，$\sqrt{\ }$のなかの数を外に出して簡単にしたいときには，素因数分解（そいんすうぶんかい）という考え方が便利です。素因数とは自然数を素数だけの積になるまで分解することをいいます。$\sqrt{\ }$のなかの180は$180=2^2\times 3^2\times 5$と表すことができます。

$$\sqrt{180}=\sqrt{2^2\times 3^2\times 5}=6\sqrt{5}$$

Ⅲ 平方根の足し算・引き算

同じ数の平方根の足し算や引き算は，まとめて計算することができます。

板書 平方根の足し算・引き算

$$m\sqrt{a}+n\sqrt{a}=(m+n)\sqrt{a}$$

$$m\sqrt{a}-n\sqrt{a}=(m-n)\sqrt{a}$$

$\sqrt{\ }$のなかにある数が同じ場合，まとめることができる

基本例題 平方根の足し算・引き算

以下の計算をしなさい。

(1) $2\sqrt{2}+3\sqrt{2}$　　(2) $5\sqrt{2}-3\sqrt{2}$

解答

(1) $2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=(2+3)\sqrt{2}=5\sqrt{2}$ …答

(2) $5\sqrt{2}-3\sqrt{2}=(5-3)\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ …答

ひとこと

たとえば，$2\sqrt{2}+3\sqrt{3}$のように$\sqrt{\ }$のなかにある数が異なる場合，
これ以上まとめて計算できません。

Ⅳ 有理化

分母に平方根が含まれているとき，分母が整数となるように式を変形することを，**分母を有理化する**といいます。

板書 有理化

$$\frac{1}{\sqrt{a}}\times\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a}}{a}$$

分母が整数になるような数を
分母と分子に掛ける

基本例題 有理化

以下の計算をしなさい。

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　(2) $\sqrt{0.02}$

解答

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ …答

分母と分子に同じ数を掛ける

(2) $\sqrt{0.02}=\sqrt{\dfrac{2}{100}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{10^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{10}$ …答

ひとこと

$\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ の分母を有理化するには

中学校で習う乗法公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ を使います（詳しくはSEC05二次方程式で学習します）。

$$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{1\times(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})\times(\sqrt{a}-\sqrt{b})}=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2}=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$$

分母と分子に $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ を掛けることで分母を整数にすることができます。

2 指数の使い方

同じ数を何回掛けた？

Ⅰ 指数とは

ある数aをn個掛けた数をa^nと書き，nのことを**指数**といいます。また，このように同じ数を繰り返し掛け算することを**累乗**（べき乗）といい，a^nは「aのn乗」と読みます。

板書 指数

指数

a^n…aをn個掛けた数

たとえば…

$2\times2\times2\times2=2^4$

2を4個掛けているから2^4

基本例題 指数

以下の空欄のなかに指数を書き入れなさい。

(1)　$2\times2\times2\times2=2^{\square}$　　(2)　$100=10^{\square}$

解答

(1)　$2\times2\times2\times2=2^4$…答

(2)　$100=10\times10=10^2$…答

Ⅱ 負の指数

指数がマイナスのときは逆数（分子と分母を入れ替えた数）を表します。a^{-n}は$\dfrac{1}{a^n}$となります。指数の計算では，累乗する数が小数の場合は分数に直してから計算します。

基本例題 負の指数

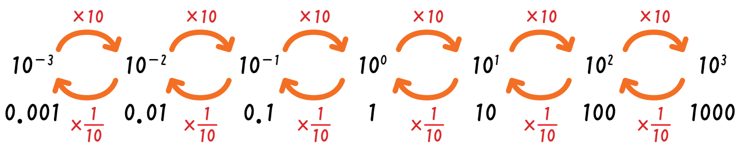
以下の空欄のなかに指数を書き入れなさい。

$0.01 = 10^{\square}$

解答

$$0.01 = \frac{1}{100} = \frac{1}{10\times 10} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2}$$ …答

板書 正の指数と負の指数



ひとこと

なぜ，$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$が成り立つのでしょうか？

$$
\begin{tikzcd}
\cdots & \boxed{a^{-3}}, \arrow[r, bend left, "\times a"] & \boxed{a^{-2}}, \arrow[r, bend left, "\times a"] \arrow[l, bend left, "\boxed{\times\frac{1}{a}}"] & \boxed{a^{-1}}, \arrow[r, bend left, "\times a"] \arrow[l, bend left, "\boxed{\times\frac{1}{a}}"] & \boxed{a^{0}}, \arrow[r, bend left, "\times a"] \arrow[l, bend left, "\boxed{\times\frac{1}{a}}"] & \boxed{a^{1}}, \arrow[r, bend left, "\times a"] \arrow[l, bend left, "\boxed{\times\frac{1}{a}}"] & a^{2}, \arrow[l, bend left, "\times\frac{1}{a}"] & \cdots
\end{tikzcd}
$$

となるので，それぞれを式で表すと

$$\boxed{a^0}=\boxed{a^1\times\frac{1}{a}}=1$$

$$\boxed{a^{-1}}=\boxed{a^0\times\frac{1}{a}}=1\times\frac{1}{a}=\frac{1}{a}$$

$$\boxed{a^{-2}}=\boxed{a^{-1}\times\frac{1}{a}}=\frac{1}{a}\times\frac{1}{a}=\frac{1}{a^2}$$

$$\boxed{a^{-3}}=\boxed{a^{-2}\times\frac{1}{a}}=\frac{1}{a^2}\times\frac{1}{a}=\frac{1}{a^3}$$

ゆえに，nを正の整数とすると

$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$と表せます。

3 累乗の計算

指数の足し算・引き算で計算できる！

Ⅰ 累乗の掛け算

累乗の掛け算は，$a^m \times a^n = a^{m+n}$ と計算することができます。

基本例題 累乗の掛け算

以下の計算をしなさい。

$2^2 \times 2^3 = 2^{\square}$

解答

$2^2 \times 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$…答

ひとこと

なぜ，$a^m \times a^n = a^{m+n}$ が成り立つのでしょうか？

$a^2 \times a^3$

$= (a \times a) \times (a \times a \times a)$ ← 累乗を展開する

$= a^{2+3}$

$= a^5$

Ⅱ 累乗の割り算

累乗の割り算は，$a^m \div a^n = a^{m-n}$ と計算することができます。

基本例題 累乗の割り算

以下の計算をしなさい。

$3^5 \div 3^2 = 3^{\square}$

解答

$3^5 \div 3^2 = 3^{5-2} = 3^3$…答

ひとこと

なぜ，$a^m \div a^n = a^{m-n}$ が成り立つのでしょうか？

$a^4 \div a^2$
$=(a\times a\times a\times a)\div(a\times a)$ ← 累乗を展開する
$=(a\times a\times a\times a)\times\dfrac{1}{(a\times a)}$ ← 逆数にして割り算を掛け算に直す
$=a^4\times a^{-2}$
$=a^{4-2}=a^2$

Ⅲ 累乗の累乗

$(a^m)^n$ のような「累乗の累乗」は $(a^m)^n=a^{m\times n}$ と計算することができます。累乗の掛け算では指数どうしを足して計算しましたが，「累乗の累乗」では指数どうしを掛けて計算します。

板書 累乗の累乗の考え方

$(a^5)^3$ のとき

$$3セット\left\{\begin{array}{ccccc} \multicolumn{5}{c}{\overbrace{\hphantom{a\quad a\quad a\quad a\quad a}}^{a^5}} \\ a & a & a & a & a \\ a & a & a & a & a \\ a & a & a & a & a \end{array}\right.$$

← 5×3で aが 15個

$a^5\times 3セット=a^{5\times3}=a^{15}$

基本例題 累乗の累乗

以下の計算をしなさい。

$(2^3)^2=2^{\square}$

解答

$(2^3)^2 = 2^{3\times 2} = 2^6$…答

Ⅳ 指数の分配法則

分配法則とは，かっこの外に掛けられている（割られている）数もしくは指数を，かっこのなかに分配することです。

$(ab)^m$ は分配法則を用いて $(ab)^m = a^m b^m$ と計算することができます。もしくは，かっこのなかを先に計算してからその結果を m 乗することもできます。

板書 分配法則

$a(b+c) = ab + ac$

数や指数を
それぞれ掛ける

$(ab)^m = a^m b^m$

基本例題 指数の分配法則

以下の計算をしなさい。
$(3\times 2)^2$

解答

$(3\times 2)^2 = 3^2 \times 2^2 = 36$…答

もしくは，

$(3\times 2)^2 = (6)^2 = 36$…答

V ゼロ乗の計算

ゼロ乗の計算結果は，0^0 を除き，すべて1になります。

基本例題 ゼロ乗の計算

以下の計算をしなさい。

5^0

解答

$5^0 = 1$ …答

ひとこと

なぜ，ある数のゼロ乗は１になるのでしょうか？

$2^0=2^{(2-2)}$ ← 0を仮に2-2と考え，指数の公式を使って分解する

$=2^2\times 2^{-2}$ ← 指数がマイナスなので分母へ移動する

$=\dfrac{2^2}{2^2}$ ← 分母・分子の値が同じなので約分する

$=1$

VI 注意すべき計算

累乗の計算のうち，似た形で特に間違えやすい計算を紹介します。

基本例題 累乗の計算

以下の計算をしなさい。

(1) $(-3)^2$　　(2) -3^2

(3) $(-3)^3$　　(4) $3\times(-2)^2$

解答

(1) $(-3)^2$

$=(-3)\times(-3)$ ← (−3) の2乗

$=9$ …答

(2)　-3^2 ← 3の2乗にマイナスがついているのであって，(−3)の2乗ではないことに注意

$= -(3 \times 3)$ ← 3の2乗にマイナスの符号をつける。(1) との違いに注意

$= -9$…答 ← 答えは必ずマイナスになる

(3)　$(-3)^3$ ← (-a) の偶数乗はプラスに，奇数乗はマイナスになる

$= (-3) \times (-3) \times (-3)$

$= -27$…答

(4)　$3 \times (-2)^2$

$= 3 \times (-2) \times (-2)$ ← 数×累乗は，先に累乗を計算する

$= 3 \times 4$

$= 12$…答

4 分数・小数の指数

指数が分数になると√が出てくる！

ここまで整数の指数を学びましたが，指数には分数や小数もあります。指数が分数である累乗は累乗根で表すことができ，a を $\frac{m}{n}$ 乗した数を，$a^{\frac{m}{n}}$ や $\sqrt[n]{a^m}$ と表します。

また，指数が小数の場合は，分数に直してから計算します。

板書 分数・小数の指数

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

小数は分数に直す

基本例題 分数・小数の指数

累乗は累乗根の形に，累乗根は累乗の形に直しなさい。

(1) $2^{\frac{1}{2}}$　　(2) $3^{-\frac{1}{2}}$

(3) $\sqrt[3]{5^2}$　　(4) $4^{0.3}$

解答

(1) $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$ …答

(2) $3^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{3^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ …答

(3) $\sqrt[3]{5^2} = 5^{\frac{2}{3}}$ …答

(4) $4^{0.3} = (2^2)^{0.3} = 2^{2 \times 0.3} = 2^{0.6}$

$= 2^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{2^3}$ …答

ひとこと

なぜ，$a^{\frac{m}{n}}$は$\sqrt[n]{a^m}$になるのか？

まず，指数が分数である累乗が累乗根になる理由について考えましょう。

$a=a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}$ ← 指数1を$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$に分ける

$=a^{\frac{1}{2}}\times a^{\frac{1}{2}}$ ← 指数の公式より，累乗の掛け算の形に分解する

よって，$a^{\frac{1}{2}}=\sqrt{a}$ ← 2回掛けるとaになるという性質が同じため

この前提のもとで，$a^{\frac{m}{n}}$について考えましょう。

$a^{\frac{3}{2}}=a^{\frac{1}{2}}\times a^{\frac{1}{2}}\times a^{\frac{1}{2}}$

$=\sqrt{a}\times\sqrt{a}\times\sqrt{a}$

$=\sqrt[2]{a^3}$ ← $\sqrt[2]{\ }$の2は通常省略し，$\sqrt{a^3}$と書く

よって，$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$

3と**4**をまとめると次のとおりです。

公式 **指数の計算**

累乗の掛け算 … $a^m\times a^n=a^{m+n}$
↑ 指数を足し算する

累乗の割り算 … $a^m\div a^n=a^{m-n}$
↑ 指数を引き算する

累乗の累乗 … $(a^m)^n=a^{m\times n}$
↑ 指数を掛け算する

ゼロ乗 … $a^0=1$
↑ 0の0乗以外はすべて1になる

分数や小数 … $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$
↑ aを$\frac{m}{n}$乗する

5 単位

よく使う単位を覚えておこう！

Ⅰ 単位の換算

kW（キロワット）やmm（ミリメートル）のような日常的に耳にする単位のk（キロ）やm（ミリ）は，10の累乗を記号で表したもので，接頭辞（せっとうじ）といいます。よく使う接頭辞は次のとおりです。

板書 おもな接頭辞

記号	名称	数値
T	テラ	10^{12}
G	ギガ	10^{9}
M	メガ	10^{6}
k	キロ	10^{3}
c	センチ	10^{-2}
m	ミリ	10^{-3}
μ	マイクロ	10^{-6}
n	ナノ	10^{-9}
p	ピコ	10^{-12}

※SI接頭辞表より抜粋
（SI：国際単位系）

基本例題　単位の換算

以下の単位を換算しなさい。

(1)　1 MW＝□W　　(2)　5 F＝□pF

(3)　1 m^2＝□mm^2　　(4)　30 mm/s＝□m/min

解答

(1)　$1\ \mathrm{MW} = 1 \times 10^6\ \mathrm{W}$…答

ひとこと

接頭辞がなにもついていない単位（g〈グラム〉やF〈ファラド〉）の数値に，つけたい接頭辞（k〈キロ〉やp〈ピコ〉）の数値の逆数を掛けると，接頭辞のついた単位に直すことができます。たとえば，1 mをcmに直したいときは，c（センチ）の数値は10^{-2}なので1 mに$\dfrac{1}{10^{-2}}$を掛けると，1×10^2 cmと直すことができます。

(2)　5 F

$$= 5 \times \left(\frac{1}{10^{-12}}\right)\ \mathrm{pF}$$

$$= 5 \times 10^{12}\ \mathrm{pF}$$…答

ひとこと

なぜ，逆数を掛けると接頭辞をつけることができるのでしょうか？

1 m

$= 1\ \mathrm{m} \times \dfrac{10^{-2}}{10^{-2}}$ ← 約分すると1なので，数値に影響しない

$= 1 \times \dfrac{1}{10^{-2}} \times 10^{-2}\ \mathrm{m}$ ← 10^{-2}をc（センチ）に置き換える

$= 1 \times \dfrac{1}{10^{-2}}\ \mathrm{cm}$ ← 簡単に考えるために，普段の計算ではここからはじめる

$= 1 \times 10^2\ \mathrm{cm}$

(3)　$1\ \mathrm{m}^2$

$= 1\ \mathrm{m} \times 1\ \mathrm{m}$ ← m^2をm×mに分ける

$= \left\{1 \times \left(\dfrac{1}{10^{-3}}\right) \mathrm{mm}\right\} \times \left\{1 \times \left(\dfrac{1}{10^{-3}}\right) \mathrm{mm}\right\}$ ← m(ミリ)の値10^{-3}の逆数を掛ける

$= (1 \times 10^3\ \mathrm{mm}) \times (1 \times 10^3\ \mathrm{mm})$

$= 1 \times 10^6\ \mathrm{mm}^2$ …答

ひとこと

m^2（平方メートル）やm^3（立方メートル）のように，累乗されている単位を換算するときは，m×mやm×m×mのように分けてから換算します。

(4)　$30\ \mathrm{mm/s}$

$= 30 \times \dfrac{10^{-3}\ \mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ ← mm(ミリメートル)をm(メートル)に直す

$= 30 \times 10^{-3} \times \dfrac{\mathrm{m}}{\dfrac{1}{60}\ \mathrm{min}}$ ← 1s(秒)は$\dfrac{1}{60}$min(分)と直す

$= 30 \times 10^{-3} \times 60\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}}$

$= 1800 \times 10^{-3}\ \mathrm{m/min}$

$= 1.8 \times 10^3 \times 10^{-3}\ \mathrm{m/min}$ ← 1800を1.8×10^3に直してすっきりさせる

$= 1.8\ \mathrm{m/min}$…答

ひとこと

車の時速km/h（キロメートルパーアワー）を秒速m/s（メートルパーセック）に直すときのように，分数で表される単位の分子と分母を両方換算するときは，km/hを$\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$と書き換えて直すと簡単です。